

磁性絶縁体/金属二層構造におけるスピン流生成の 微視的理論

著者	大沼 悠一
学位授与機関	Tohoku University
学位授与番号	11301甲第16730号
URL	http://hdl.handle.net/10097/64101

博士論文

磁性絶縁体/金属二層構造における
スピン流生成の微視的理論

大沼 悠一

平成27年

第 1 章

序論

1.1 スピン流

電荷の移動を引き起こすことなくスピンのみを伝搬できる「スピン流」の物理的側面に注目が集まっている。電子は電荷の自由度だけでなくスピン角運動量の自由度も持っている。この両方の自由度、特にスピンの自由度を積極的に制御し利用する分野をスピントロニクスと呼ぶ。このスピントロニクス分野において近年注目を集めている「スピン流」 [1] という量は、スピンの流れを意味する。特に、電荷の流れを伴わず、純粋にスピンのみの流れとなるスピン流は「純スピン流」と呼ばれている。純スピン流は電流によって引き起こされる現象、たとえばジュール熱の発生などが抑制されると期待される。そのため、ジュール熱などによって覆い隠されてきた物質の性質を調べる新たなプローブとなりうるものが予想される。実際に、純スピン流の基礎物理の解明を目指して、多くの実験的研究や理論的研究がなされ報告されている [1].^{*1}

スピン流を、電流からの類推を用いてスピンの連続の方程式から定義しよう。今、スピン偏極の方向を z 軸にとり、スピン密度を ρ_s 、純スピン流を \mathbf{j}_s とすると、 ρ_s と \mathbf{j}_s の間には

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \rho_s(\mathbf{r}, t) \rangle + \nabla_{\mathbf{r}} \cdot \langle \mathbf{j}_s(\mathbf{r}, t) \rangle = T_s, \quad (1.1)$$

というスピンの連続の方程式が成り立つ。ここで $\langle \rangle$ は期待値をとることを意味する。ここで、物質中においてスピンの保存しないことを反映し、スピンの連続の方程式 (1.1) の右辺にスピンの緩和を表す項 T_s を加えた。この緩和項 T_s が含まれるという違いはあるものの、スピン流は、電流と同様に、スピンの連続の方程式 (1.1) を満たすように定義される。

スピン流はキャリアの違いによって「伝導電子が運ぶスピン流」と「スピン波が運ぶスピン流」と大きく 2 つに分けられ [2]、それぞれスピンの連続の方程式から定義することができる。以下で、式 (1.1) をそれぞれの場合で考察し「伝導電子が運ぶスピン流」及び「スピン波が運ぶスピン流」の式を示す。

1. 伝導電子が運ぶスピン流：

伝導電子が運ぶスピン流とは、金属や半導体のように伝導電子が存在する系において、伝導電子がキャリアとなるようなスピン流のことを指す。伝導電子がスピン流のキャリアとなる場合の例として、スピン反転を伴う不純物散乱によって伝導電子が拡散していく系を考える。この系にお

^{*1} 以降、本論文ではこの「純スピン流」のみに着目し、特に断りがなければ「純スピン流」を「スピン流」と記述する。

けるスピンの連続の方程式 (1.1) は,

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \rho_s(\mathbf{r}, t) \rangle - D_N \nabla^2 \langle \rho_s(\mathbf{r}, t) \rangle = -\frac{1}{\tau_{sf}} \langle \rho_s \rangle, \quad (1.2)$$

と表される [3, 4, 5]. 式 (1.2) で, スピン流は $\langle \mathbf{j}_s(\mathbf{r}, t) \rangle \equiv -D_N \nabla \langle \rho_s(\mathbf{r}, t) \rangle$, スピン Gilbert 緩和項は $T_s \equiv -\frac{1}{\tau_{sf}} \langle \rho_s \rangle$ とそれぞれ定義されている. ここで D_N は拡散係数を, τ_{sf} はスピン反転時間をそれぞれ表している. 拡散係数 D_N はスピン依存する相互作用を無視した極限で, フェルミ速度 v_F と平均自由行程 l を用いて $D_N = v_F l / 3$ と表される [6]. この種のスピン流は, キャリアである伝導電子が存在する, 金属及び半導体にて測定されている [7, 8, 9].

2. スピン波が運ぶスピン流:

スピン波が運ぶスピン流とは, 強磁性体のようにスピン波が存在する系において, スピン波がキャリアとなるようなスピン流のことを指す. スピン波がスピン流のキャリアになる場合の例として, 強磁性絶縁体を考える. この系におけるスピンの連続の方程式 (1.1) は,

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \rho_s(\mathbf{r}_i, t) \rangle + \nabla \cdot \langle \mathbf{j}_s^{\text{SW}}(\mathbf{r}_i, t) \rangle = \langle T_s^{\text{SW}} \rangle, \quad (1.3)$$

と表される. 式 (1.3) で, スピン流は $\langle \mathbf{j}_s(\mathbf{r}, t) \rangle \equiv -D_{\text{SW}} \nabla \langle \rho_s(\mathbf{r}, t) \rangle$, スピン Gilbert 緩和項は $T_s^{\text{SW}} \equiv -\frac{1}{\tau_{sf}^{\text{SW}}} \langle \rho_s \rangle$ とそれぞれ定義されている. ここで D_{SW} はスピン波の拡散係数を, τ_{sf}^{SW} はスピン波のスピン反転時間をそれぞれ表している. この種のスピン流は, キャリアであるスピン波が存在する, 強磁性絶縁体にて測定されている [11].^{*2}

1.2 スピンホール効果

スピン流は, 物質中のスピン軌道相互作用に由来する「逆スピンホール効果」によって電氣的に測定することが可能となる. スピンホール効果とは, 金属や半導体に電場を印可すると, 電場と直交する方向にスピン流が流れる現象を意味する [14, 15, 16, 17, 18, 19, 20]. この現象は, スピン軌道相互作用を含むポテンシャル,

$$V(\mathbf{r}) = V_0(\mathbf{r}) + V_s(\mathbf{r}) \mathbf{s} \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{p}), \quad (1.5)$$

を考慮して理解される [16]. ここで, $V_0(\mathbf{r})$ はスピンに依存しないポテンシャルを, $V_s(\mathbf{r})$ はスピン軌道相互作用由来のポテンシャルをそれぞれ表し, \mathbf{s} は電子のスピン演算子を, \mathbf{r} と \mathbf{p} はそれぞれ電子の位置と運動量演算子を表す.

スピンホール効果は, スピンの向きに依存した磁場とみなせるスピン軌道相互作用によって, 電子の軌道が曲げられるために発現する, と解釈することができる. まず, 外部磁場 \mathbf{B} がある時の Landau

^{*2} 磁性体の局在スピンの現象論的運動方程式 [10]:

$$\frac{\partial \mathbf{S}(\mathbf{r}_i, t)}{\partial t} + \gamma \mathbf{S}(\mathbf{r}_i, t) \times \mathbf{H}(\mathbf{r}_i, t) = \frac{\alpha}{S_0} \mathbf{S}(\mathbf{r}_i, t) \times \frac{\partial \mathbf{S}(\mathbf{r}_i, t)}{\partial t}, \quad (1.4)$$

の z 成分は, スピンの連続の方程式とみなすことができる. ここで \mathbf{S}_i , γ , $\mathbf{H}(\mathbf{r}_i, t)$ はサイト i に局在するスピン演算子, 磁気回転比, 有効磁場を表し, $\mathbf{H}(\mathbf{r}_i, t) = A \nabla^2 \mathbf{S}(\mathbf{r}_i, t) + \mathbf{H}_0$ と表される. ただし, ここで A は磁性体のスティフネスを, \mathbf{H}_0 は静的な外部磁場を表しており, A は交換積分 J , スピンの大きさを \hbar で割った値 S_0 , 格子定数 a_S を用いて $A = 2JS_0a_S^2$ と表される. 式 (1.4) と式 (1.1) の等価性は以下のように示される. $\mathbf{S}(\mathbf{r}_i, t) \times \nabla^2 \mathbf{S}(\mathbf{r}_i, t) = \nabla \cdot [\mathbf{S}(\mathbf{r}_i, t) \times \nabla \mathbf{S}(\mathbf{r}_i, t)]$ から, 式 (1.4) はスピン流を $\mathbf{j}_s^{\text{SW}}(\mathbf{r}_i, t) \equiv [\mathbf{S}(\mathbf{r}_i, t) \times \nabla \mathbf{S}(\mathbf{r}_i, t)]_z$, スピン密度を $\rho_s(\mathbf{r}_i, t) \equiv S_z(\mathbf{r}_i, t)$, スピン Gilbert 緩和項を $T_s^{\text{SW}} \equiv [\frac{\alpha}{S_0} \mathbf{S}(\mathbf{r}_i, t) \times \frac{\partial \mathbf{S}(\mathbf{r}_i, t)}{\partial t}]_z$ とすると, 式 (1.4) は式 (1.3) と一致する.

ゲージ $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \mathbf{r} \times \mathbf{B}/2$ をとった際の電子のハミルトニアン

$$H = \frac{(\mathbf{p} - e\mathbf{A}(\mathbf{r}))^2}{2m} + g\mathbf{B} \cdot \mathbf{s}, \quad (1.6)$$

を書き下す [21]. ここで, $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ はベクトルポテンシャルを, g は電子の g 因子を, m は電子の質量を表す. 式 (1.6) の第一項を展開すると,

$$\frac{(\mathbf{p} - e\mathbf{A}(\mathbf{r}))^2}{2m} = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} - e\frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r})}{m} + e^2\frac{\mathbf{A}^2(\mathbf{r})}{m}, \quad (1.7)$$

と展開される. 特に第二項について \mathbf{B} を用いると

$$-e\frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r})}{m} = -e\frac{\mathbf{B} \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{p})}{2m}, \quad (1.8)$$

と書かれる. 式 (1.5) の右辺第二項と式 (1.8) の右辺を比較すると, スピン軌道相互作用はスピンの向き \mathbf{s} に依存するベクトルポテンシャルとして解釈できることが分かる.

式 (1.8) を元に, 電子に働く力で, 運動量にも依存する力 $\mathbf{F}(\mathbf{p})$ は,

$$\mathbf{F}(\mathbf{p}) = -e\frac{\mathbf{p} \times \mathbf{B}}{2m}, \quad (1.9)$$

と書かれる. これは, 古典的なローレンツ力と対応している. 式 (1.5), 式 (1.8) そして式 (1.9) から, スピン軌道相互作用がある系では, スピンの向きに依存したローレンツ力が発現することが分かる.

スピン軌道相互作用がスピンの向きに依存した磁場とみなせる, という点を踏まえると「印加電圧と直交する方向にスピン流が生成される」というスピンホール効果の機構が導かれる. スピンが z 方向に偏極していると仮定する. スピン軌道相互作用のある系で, 電場によって電子が x 方向に加速されると, スピン軌道相互作用によるスピンの向きに依存したローレンツ力によって, z 方向と $-z$ 方向に偏極したスピンのそれぞれ y 方向と $-y$ 方向に散乱される. この時, y 方向には電流 J_e は流れないが, スピン密度は y 方向に不均一となり勾配ができるため, y 方向に純スピン流 J_s が流れる. これがスピンホール効果の機構である (図 1.1a). スピンホール効果の最初の観測は, ホール型の半導体ガリウムヒ素で, Kerr 効果を用いてなされた [9]. また, GaAs と Al や Ga から発光ダイオードを作成し, キャリアの再結合に伴う発光の偏極から, スピンホール効果の測定がなされた [22].

このスピンホール効果の逆過程である「逆スピンホール効果」によって, スピン流は電気信号に変換されるので, 測定可能な量となる. スピン流 J_s が有限となるように運動する電子が, スピン軌道相互作用によって軌道を曲げると, 今度はスピン流に直交する方向にホール電流 J_e が流れる. これはスピンホール効果の逆過程にあたる現象で, 逆スピンホール効果と呼ばれている [12, 23](図 1.1b). この逆スピンホール効果によって, スピン流を電気信号として観測することが可能となった [12, 23].

1.3 スピンポンピング

スピンポンピングとは, 強磁性体と金属の二層構造に交流磁場を照射すると強磁性共鳴が誘起され, 同時に金属へスピン流が注入される現象を指す [11, 12, 24, 25, 26, 27, 28, 29]. スピンポンピングは, 金属が接合したことにより, 交流磁場によって励起されたスピン波の持つスピン角運動量の一部が金属へスピン流として散逸されるために発現する. この結果, 磁化の緩和が増加し, 強磁性共鳴の線幅が増加する. 金属へ注入されたスピン流は, 前節の逆スピンホール効果によって横方向の電圧に変換されるので, これを測定することでスピンポンピングを検出できる [11, 12].

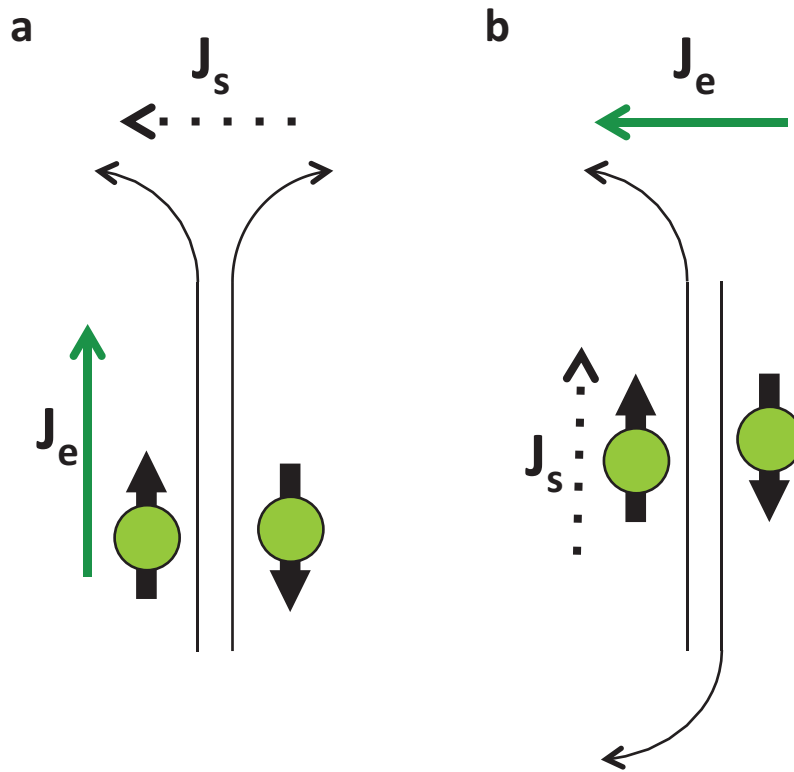


図 1.1 図 a：スピンホール効果の模式図．電流 J_e を流すと、それと直交する方向にスピン流 J_s が流れる．図 b：逆スピンホール効果の模式図．スピン流 J_s が流れると、それと直交する方向に電流 J_e が流れる．

図 1.2 と 1.3 に、強磁性絶縁体であるイットリウム鉄ガーネット ($\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$) に白金を接合した系におけるスピンプンピングの実験系を示す [11]．接合系に交流磁場を照射すると、白金中では、図 1.2 に示した方向に逆スピンホール電圧が生じる．図 1.3 は、強磁性共鳴のスペクトルと、逆スピンホール電圧の関係を表している．図 1.3 を見ると、強磁性共鳴が起きている磁場と同一の磁場で逆スピンホール電圧が得られており、スピンプンピングによるスピン流が検出されていることが分かる．

1.4 スピンゼーベック効果

スピンゼーベック効果とは、強磁性体と金属の二層構造に温度勾配を印加すると金属へスピン流が注入される現象を指す [13, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41]．スピンゼーベック効果は、強磁性体/金属の二層構造に対して温度勾配をどのような向きに与えるかで、大きく以下の 2 種類に分類される．

1. 横型スピンゼーベック効果

強磁性体/金属接合界面に対して平行になるように、強磁性体に温度勾配を与える場合 (図 1.4)．

2. 縦型スピンゼーベック効果

強磁性体/常磁性金属接合面に対して垂直になるように、温度勾配を与える場合 (図 1.5)．

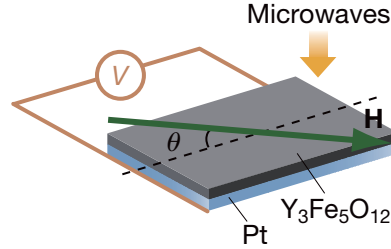


図 1.2 スピンポンピングの配置. イットリウム鉄ガーネット ($\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$) (灰色) と白金 (水色) の接合系に交流磁場 (マイクロ波) を照射し, 白金の電圧を測定している. 図中の緑の矢印は外部磁場の方向を表す (文献 [11] より引用).

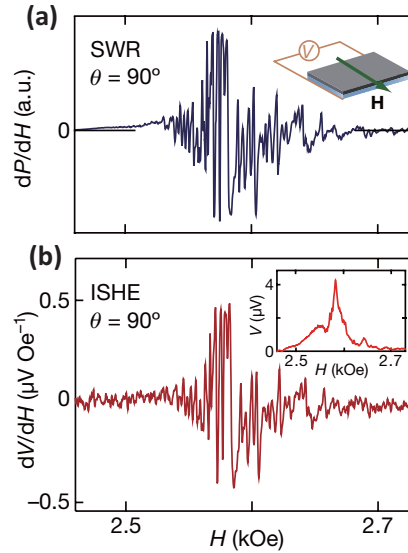


図 1.3 図 a : $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ /白金の強磁性共鳴スペクトルの磁場微分 (dP/dH) vs 外部磁場. 挿入図はスピンポンピングの配置. 図 b : $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ /白金の逆スピンホール電圧の磁場微分 (dV/dH) vs 外部磁場. 強磁性共鳴が起きている磁場のところで, 有限の逆スピンホール電圧が得られている (文献 [11] より引用).

初めて観測されたスピンゼーベック効果 [13] は「横型」に属する. 強磁性体としてパーマロイ (鉄とニッケルの合金) が, 金属として白金がそれぞれ用いられた. 本論文では, 縦型スピンゼーベック効果 (図 1.5) に限って解析を行う.

図 1.6 と図 1.7 に, 強磁性絶縁体の $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ に白金を接合した系における縦型のスピンゼーベック効果の実験系を示す [35]. 図 1.6 にあるように, 接合系に温度勾配を印可すると, 白金に逆スピンホール電圧が生じる. 図 1.7 は逆スピンホール電圧と温度勾配の関係を意味している. 逆スピンホール効果の符号は, 温度勾配の向きを変えると反転する. また, 逆スピンホール電圧は温度勾配の大きさに比例することが分かる.

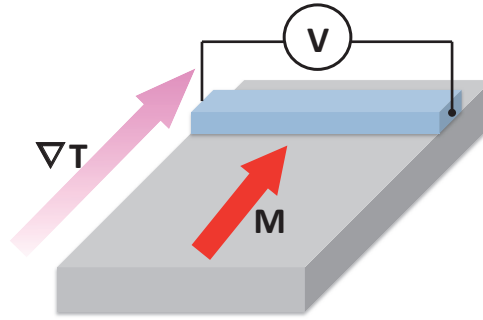


図 1.4 横型スピントラッキング効果の配置. 強磁性体 (灰色) と常磁性金属 (水色) の接合系で, ∇T で表される方向に温度勾配がかけられている. 図中の赤の矢印は磁化の方向を表す.

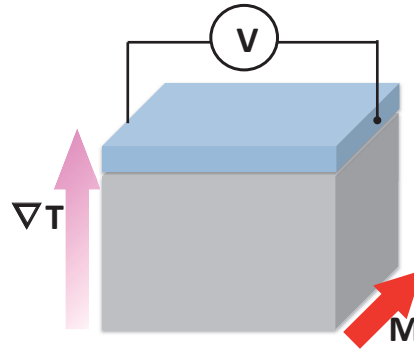


図 1.5 縦型スピントラッキング効果の配置. 強磁性体 (灰色) と常磁性金属 (水色) の接合系で, ∇T で表される方向に温度勾配がかけられている. 図中の赤の矢印は磁化の方向を表す.

1.5 本研究の目的

本研究の目的は, 磁性絶縁体と金属の二層構造におけるスピントラッキング生成現象である, スピンポンピングとスピントラッキング効果, 及びその両方が実現する系で得られるスピントラッキングの式を, 非平衡 Green 関数法を用いて導出することにある. 以下では, それぞれの研究テーマにおいて, 本研究が持つ意義及び特徴を, 従来の理論研究と比較しながら明示する.

1.5.1 非平衡 Green 関数法を用いたスピンポンピング現象の定式化

強磁性絶縁体と金属の二層構造に交流磁場を照射した際のスピントラッキング生成現象 (スピンポンピング現象) について, 本研究では, 生成スピントラッキングと緩和項変調との比例関係の正当性や, 生成スピントラッキングの物理的な意味及び物質パラメタへの依存性を明らかにすることを目指し, 生成スピントラッキングを非平衡 Green 関数法を用いて導出する.

スピンポンピング現象は, 最初に文献 [24] にてその理論が構築された. 文献 [24] では, 非平衡状態にある強磁性体の磁化が平衡状態へと緩和する際に, 外部から獲得する磁気モーメントをスピントラッキングと見なせることが指摘された. この時, スピントラッキングと磁化ダイナミクスを表す項の間の比例係数として「スピントラッキングコンダクタンス」と呼ばれる量 $g^{\uparrow\downarrow}$ が導入された. また, スピン角運動量の保存より, スピ

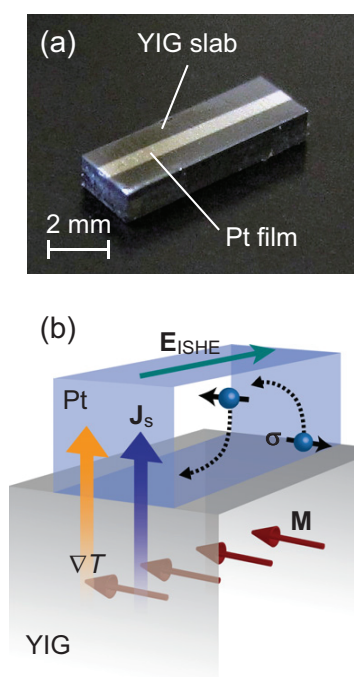


図 1.6 スピンゼーベック効果の配置. 図 a: イットリウム鉄ガーネット ($\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$) と白金の二層構造. 図 b: $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ (灰色) と白金 (水色) の模式図. 界面に垂直方向に温度勾配を印可し, 白金の電圧を測定している. 図中の赤色の矢印は磁化の方向を, 橙色の矢印は温度勾配の向きを, 青色の矢印は白金へ注入されるスピン流を, 緑の矢印は逆スピンホール電圧の向きをそれぞれ表す (文献 [35] から引用).

ン流が生成した際には強磁性体の磁気緩和が変調されることが指摘され, 緩和項 (Gilbert 緩和項) に新しい項が付加されること, その付加項が $g^{\uparrow\downarrow}$ に比例することが示された.

文献 [24] によって導入された $g^{\uparrow\downarrow}$ の値を理論的に求めるため, 文献 [28] では第一原理計算と Landauer-Büttiker 式を組み合わせた評価がなされた. 一方で, 文献 [11] では, 金属を 1 電子描像で記述して線形応答理論を用いて生成スピン流を導出し, そして $g^{\uparrow\downarrow}$ を評価した.

従来の理論研究には以下の 2 点の問題点がある.

1. 生成スピン流と緩和項変調の比例関係の正当性

文献 [24] において角運動量保存則から示された $g^{\uparrow\downarrow}$ と Gilbert 緩和項変調との比例関係は, 生成スピン流が緩和項変調に比例することを意味している. この比例関係の正当性について, 文献 [24] 以降の理論研究では検討がなされてこなかった. そのため, 生成スピン流と緩和項変調との比例関係が常に成立するか否か, 仮に比例関係が破れるならば, どのような条件で破れるのかが明らかとなっていない.

2. スピンポンピング現象の物理的な意味と物質パラメタへの依存性

従来行われてきた $g^{\uparrow\downarrow}$ の評価や, 緩和項変調及び生成スピン流の計算では, 強磁性体と金属両方の微視的ハミルトニアンから出発した計算がなされてこなかった. 一方で, 従来の固体物理学において輸送現象, 特に電気伝導度を計算する際には, 外力との相互作用を含む微視的ハミルトニ

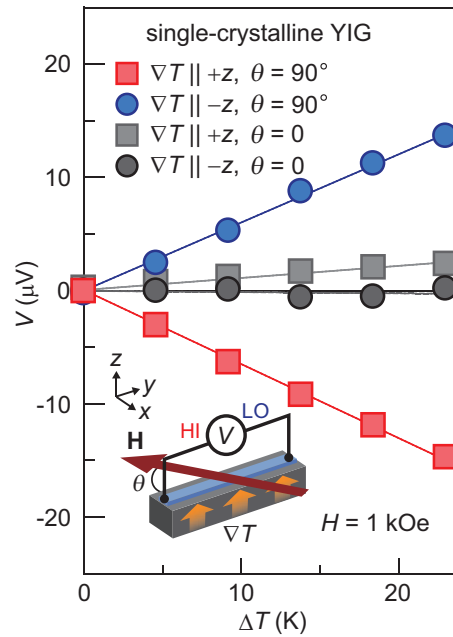


図 1.7 スピンゼーバック効果による逆スピホール電圧と温度勾配の関係。横軸は温度勾配を、縦軸は逆スピホール電圧をそれぞれ表す。温度勾配の向きが反転すると、逆スピホール電圧の符号も反転することが分かる。また、逆スピホール電圧は温度勾配の大きさに比例している (文献 [35] から引用)。

アンから出発し、線形応答理論を用いて計算するのが一般的である。よって、スピンプンピングの従来の理論研究は、伝統的な固体物理学の理論の枠組みから外れた手法に基づいていると言え、そのためにスピンプンピング現象の物質パラメタへの依存性だけでなく、スピンプンピング現象の物理的な意味が不明瞭となっている。

本研究で用いる非平衡 Green 関数法は、微視的ハミルトニアンから出発して、生成スピン流と Gilbert 緩和項を、同じ理論の枠組みの中で独立に計算できる手法である。そのため、生成スピン流と Gilbert 緩和項変調をそれぞれ別個に計算でき、その結果を比較することで、文献 [24] で示された両者の比例関係を検証することができる。また、非平衡 Green 関数法は、外力の一次までに限ると線形応答理論の結果と一致することが知られており、伝統的な固体物理学の枠組みから逸脱することもない。そのため、生成スピン流の物質パラメタへの依存性だけでなく、伝統的な固体物理学で培われた電気伝導度の線形応答理論と比較することで、スピンプンピング現象の物理的な意味を明らかにすることができると言える。

1.5.2 反強磁性体やフェリ磁性体へのスピンゼーバック効果の拡張

磁性絶縁体と金属の二層構造に温度勾配を印加した際のスピン流生成現象 (スピンゼーバック効果) について、本研究では、複数のマグノンのモードが存在する時のスピンゼーバック効果の振る舞いや、実験で報告されたフェリ磁性体スピンゼーバック効果に見られる符号反転の機構を明らかにすることを目的とし、強磁性絶縁体で構築されたスピンゼーバック効果の微視的理論を反強磁性体やフェリ磁性体へ拡張する。

強磁性絶縁体のスピントラップ効果の理論は、最初に文献 [38] において、文献 [24] を基に現象論的に構築された。文献 [38] では、生成スピン流が、強磁性絶縁体の磁化に働く「強磁性絶縁体内部の熱ノイズ磁場」と「接合した金属内部の熱ノイズ」それぞれの古典的な相関関数に比例すると導かれ、揺動散逸定理を満足するように計算すると、生成スピン流が金属と強磁性絶縁体の温度の差に比例して与えられる。その後、文献 [40] において、微視的ハミルトニアンを出発点とし非平衡 Green 関数法を用いた手法によってスピントラップ効果の微視的理論が構築された。文献 [40] の微視的理論に基づくと、生成スピン流は、金属の動的帯磁率や強磁性絶縁体のマグノンの伝搬関数の遅延及び Keldysh 成分で表され、特に分布関数の差に比例して表される。そのため、金属と強磁性絶縁体に温度差があると、分布関数の差が有限となりスピン流が生じる。

以上のように、強磁性絶縁体でのスピントラップ効果は実験的だけでなく理論的にも盛んに研究されており、特に微視的理論 [40] は多くの現象の予言及び解析も行うなど、その正当性も実証されてきている。このように実験と理論の両方から理解の進んだスピントラップ効果が、反強磁性体やフェリ磁性体で同じように振る舞うかどうかを検討することは、スピン流の基礎物理の構築のために不可欠といえる。その理論的な課題として、文献 [40] での理論を反強磁性体やフェリ磁性体へと拡張することがまず考えられるが、その際に以下の 2 点の問題点がある。

1. 副格子磁化を持つ磁性絶縁体におけるスピントラップ効果の定式化

フェリ磁性体はその磁化過程から大きく 4 つに分けることができ、そのうちの 1 つでは、Neel 温度以下のある温度 (磁気補償温度) で飽和磁化が消失する、磁気補償効果が見られる [10]。磁気補償効果は、フェリ磁性体中の性質の異なる非等価な副格子磁化に由来しており、単純な強磁性体では発現し得ない現象である。このような副格子磁化の性質が考慮できるように、単純な強磁性体を想定した文献 [40] の理論を拡張する必要がある。

2. フェリ磁性絶縁体におけるスピントラップ効果の符号反転

近年、磁気補償効果を示すフェリ磁性絶縁体の 1 つであるガドリニウム鉄ガーネット ($\text{Gd}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$) と金属の白金との二層構造に温度勾配を印加したスピントラップ効果の実験がなされた [42]。文献 [42] では、 $\text{Gd}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ の温度を室温から下げていくと、スピントラップ効果による逆スピンホール効果の符号が、磁気補償温度近くで一度反転し、その後さらに低温でもう一度反転するという、二度の符号反転が報告されている。こうした符号反転は強磁性絶縁体と金属の二層構造におけるスピントラップ効果の実験では報告されておらず、文献 [42] の実験結果の理論的説明が望まれている。

本研究では、反強磁性絶縁体やフェリ磁性絶縁体にスピン波近似を適用すると、複数のマグノンのモードが現れる点と、スピン波近似の範囲では異なるモード間に相互作用が存在しない点に着目する。文献 [40] の理論はマグノンの単一モードに関するスピントラップ効果の理論と解釈できるため、反強磁性絶縁体やフェリ磁性絶縁体の複数のモードそれぞれに対して文献 [40] の理論を適用する。こうして、強磁性体を想定した文献 [40] のスピントラップ効果の理論を、反強磁性絶縁体やフェリ磁性絶縁体に拡張される。この時、マグノンの偏極という性質がスピン流に反映される点が明確となる。また、本研究で構築された理論を用いて、フェリ磁性絶縁体におけるスピントラップ効果の符号反転の機構を明らかにする。

1.5.3 交流磁場と温度勾配を同時に印加した際のスピンの生成現象の定式化

磁性絶縁体と金属の二層構造に、交流磁場と温度勾配を同時に印加した際のスピンの生成現象について、本研究では、実験で観測されている Gilbert 緩和項変調の温度及び温度勾配の向きへの依存性を明らかにすることを目的とし、生成スピン流及び Gilbert 緩和項変調を非平衡 Green 関数法により解析する。

スピンプンピング現象においてスピンの生成現象に伴い Gilbert 緩和項が変調されることから、スピンプンピング現象を用いた磁気緩和の制御及び利用を目指した研究がなされている。通常、スピンプンピングによって強磁性体から金属へスピン流が注入されるので、強磁性体の Gilbert 緩和項は増大する。近年、強磁性絶縁体と金属の二層構造に、温度勾配と交流磁場を同時に印加した際の磁気緩和項の変調が測定された [43]。文献 [43] では $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ と白金の二層構造で、室温にて強磁性共鳴の線幅が測定され、温度勾配を印加すると線幅が温度勾配に比例して増減することが確認された。特に、白金側が高温の時に、強磁性共鳴の線幅が減少することが報告されている。強磁性共鳴の線幅は Gilbert 緩和項に比例するため、文献 [43] での結果は、温度勾配によって Gilbert 緩和項に負の変調効果が引き起こされることを意味している。

本研究では、この現象の理論的解析を行うため、温度勾配と交流磁場が同時に存在する場合のスピンの生成現象の理論を構築する。まず、非平衡 Green 関数法が、温度勾配を含む外力が複数存在する場合でも物理量を比較的容易に計算できる点に着目し、温度勾配と交流磁場が同時に存在する場合での生成スピン流及び Gilbert 緩和項を導出する。そして、文献 [43] で見られた Gilbert 緩和項の負の変調効果の物理的な意味を明らかにする。また、求めた Gilbert 緩和項の温度依存性を調べ、低温においてマグノンの不安定性が導かれることを示す。

1.6 本論文の構成

本論文の構成は以下の通りである。

序論では、スピン流とその測定方法である逆スピンのホール効果、また強磁性絶縁体におけるスピンの生成方法であるスピンプンピングとスピンのゼーベック効果等に重点をおいて、本研究の背景及び目的を述べた。

第2章では、温度の急峻な勾配が存在したり、流れの保存則が成り立たない場合でも、輸送量を直接計算することを可能とする「非平衡 Green 関数法」の基礎的な内容を紹介し、磁性絶縁体/金属の二層構造におけるスピンプンピング及びスピンのゼーベック効果によって、界面で生成されるスピン流が、「非平衡 Green 関数法」を用いると微視的に計算できることを示す。

第3章では、まず、非平衡 Green 関数法を用いて「スピンプンピング現象」の微視的理論を構築し、生成スピン流が金属の動的帯磁率を用いて表されるという「スピンの久保公式」に相当する式を導出する。次に、この「スピンの久保公式」に基づいて、強磁性絶縁体に接合した金属を、キュリー温度近傍にある強磁性金属に置き換えることで、スピンプンピングによって生成されるスピン流が増大することを理論的に予言する。

第4章では、まず、非平衡 Green 関数法を用いて「反強磁性絶縁体及び補償効果を示すフェリ磁性絶縁体におけるスピンのゼーベック効果」の微視的理論を構築し、反強磁性絶縁体やフェリ磁性絶縁体の「マグノンの偏極」の向きがスピン流の向きを決定することを示す。次に、このスピンのゼーベック効果

の線形応答理論に基いて、反強磁性絶縁体におけるスピンゼーベック効果の消失の機構と、補償効果を示すフェリ磁性絶縁体においては実験で観測された2度の符号反転の機構とを、それぞれ説明する。

第5章では、まず、非平衡 Green 関数法を用いて「交流磁場と温度勾配を強磁性絶縁体/金属二層構造に同時に印可した際のスピン流の生成現象」の微視的理論を構築し、交流磁場と温度勾配の積に比例したスピン流が新たに得られることを示す。次に、この新しく得られたスピン流にともなって生じる Gilbert 緩和項変調が、温度勾配や系の温度を調整することによって負になりうることを、つまりマグノンの不安定化が起こりうることを理論的に予言する。

第6章に本研究の結論をまとめる。

第 2 章

非平衡 Green 関数法とスピン流生成の計算方法

前章で示した，磁性絶縁体と金属の二層構造におけるスピンプンピング現象やスピンゼーベック効果の定式化において重要となるのが，磁性絶縁体と金属の界面において生成されるスピン流の線形応答理論に基づく計算である．この章では，磁性絶縁体と金属の二層構造において生成されるスピン流を記述するために用いる，非平衡 Green 関数法を用いた摂動計算の方法をまとめ，非平衡 Green 関数を用いた生成スピン流の定式化を行う．3 章以降の議論は，本章で示した非平衡 Green 関数法を用いて行われる．

2.1 非平衡 Green 関数法の導入

この節では非平衡 Green 関数法の導入を行う [45, 46, 47, 48, 49]．まず，実時間 Green 関数が，Keldysh 経路と呼ばれる経路上での経路積分を用いて定義されることを示す．Keldysh 経路上での積分を実時間の積分に射影する際に Green 関数が 4 種類得られる．これらは Green 関数の「成分」と呼ばれる．Green 関数の成分のうち独立な成分は 3 つまでで，また，その 3 つの成分を組み合わせると物理量と直接関係する成分 (遅延, 先進, そして lesser, greater または Keldysh 成分と呼ばれる) が得られる．これら成分についてまとめ，また成分間の関係式を示す．

2.1.1 Keldysh 経路積分

ここでは，実時間 Green 関数の相互作用表示を導出することで，Keldysh 経路と呼ばれる経路が現れ，Green 関数がこの Keldysh 経路上で定義されることを示す．

系のハミルトニアン H が無摂動項 H_0 と摂動項 V に分かれているとする：

$$H = H_0 + V. \quad (2.1)$$

実時間 Green 関数を

$$G(1, 2) = -i \langle \hat{T} c_H(1) c_H^\dagger(2) \rangle \quad (2.2)$$

と定義する． $\langle \rangle$ はハミルトニアン H から定義される密度行列

$$\rho = \frac{e^{-\beta H}}{\text{Tr}[e^{-\beta H}]} \quad (2.3)$$

を用いた期待値を表し,

$$G(1, 2) = -i\text{Tr}[\rho \hat{T} c_H(1) c_H^\dagger(2)], \quad (2.4)$$

β はボルツマン定数 k_B と系の温度 T の積の逆数 $\beta = (k_B T)^{-1}$ である. ここで c_H は Heisenberg 表示の粒子の消滅演算子で, 1, 2 は空間と時間の引数 $(\mathbf{r}_1, t_1), (\mathbf{r}_2, t_2)$ を表す. また, \hat{T} は時間変数の大きな順に演算子を左から並べる時間順序積 (T 積) を表し,

$$T c_H(1) c_H^\dagger(2) = \theta(1 - 2) c_H(1) c_H^\dagger(2) \pm \theta(2 - 1) c_H^\dagger(2) c_H(1) \quad (2.5)$$

と表される. ここで第二項の負の符号は Fermion に対応する.

Green 関数を相互作用表示 $c_I(t)$ で書き下す. 相互作用表示では, 演算子と状態の時間依存及び時間発展が以下の式に従う [45]:

$$c_I(t) = e^{iH_0 t/\hbar} c_{S0} e^{-iH_0 t/\hbar}, \quad (2.6)$$

$$c_H(t) = U^\dagger(t, 0) c_I(t) U(t, 0), \quad (2.7)$$

$$\frac{d}{dt} c_I(t) = \frac{1}{i\hbar} [c_I(t), H_0], \quad (2.8)$$

$$|\phi_I(t)\rangle = U_I(t, 0) |\phi_H\rangle, \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} U_I(t, 0) = V_I(t) U_I(t, 0). \quad (2.10)$$

ここで $U(t, t')$ は以下のように表される:

$$U_I(t, t') = \sum_{n=0}^{\infty} (-i)^n \frac{1}{n!} \int_{t'}^t dt_1 \cdots dt_n T[V_I(t_1) \cdots V_I(t_n)]. \quad (2.11)$$

U のエルミート共役には T 演算子とは逆の順序で時間変数について並べる逆時間順序演算子が現れる.*1

相互作用表示の状態は, 相互作用のない過去の状態 (無限大の時間の過去) と以下のように関係している:

$$|\phi_I(t)\rangle = U(t, -\infty) |0\rangle. \quad (2.12)$$

ここでは有限温度を想定しているので Gell Mann-Low の定理が適用されない点に注意する [45]. ブラベクトルの方は U を用いて以下の様に表される:

$$\langle \phi_I(t) | = \langle 0 | U^\dagger(t, -\infty). \quad (2.13)$$

以上の関係式から, 実時間 Green 関数を相互作用表示で表す:

$$\begin{aligned} G(1, 2) &= -i \frac{\langle \phi | T \rho \hat{T} c_H(1) c_H^\dagger(2) | \phi \rangle}{\langle \phi | \phi \rangle}, \\ &= -i \frac{\langle 0 | \rho_0 U(t_1, -\infty) T c_I(1) U(t_1, t_2) c_I^\dagger(2) U(t_2, -\infty) | 0 \rangle}{\langle 0 | U(-\infty, -\infty) | 0 \rangle}, \\ &= -i \frac{\langle 0 | T_C \rho_0 U(-\infty, -\infty) c_I(1) c_I^\dagger(2) | 0 \rangle}{\langle 0 | U(-\infty, -\infty) | 0 \rangle}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

ここで T_C は時間順序積を矛盾なく扱えるように導入した Keldysh 経路 (図 2.1) 上での時間順序演算

*1 有限温度の Green 関数法として知られる松原 Green 関数の方法では, 虚数の時間を導入する事でこの逆時間順序演算子を時間順序演算子に書き直す事ができる. 一方で Keldysh Green 関数の方法では, 虚数の時間を導入しない代わりに逆向きに時間発展させる経路を導入するため, 4 種類の Green 関数が現れる

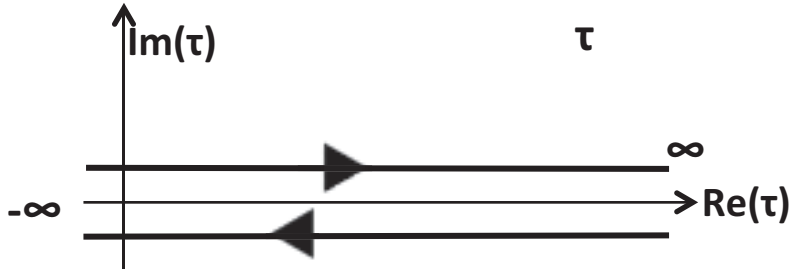


図 2.1 Keldysh 経路 (太線) を表す図. 横軸は Keldysh 経路上の時間変数の実部 ($\text{Re}\tau$) を, 縦軸は虚部 ($\text{Im}\tau$) をそれぞれ表す. ここで $\text{Re}\tau = t$ とする. Keldysh 経路の往路では ($\text{Re}\tau$) が $(-\infty, \infty)$ をとり, 復路では ($\text{Re}\tau$) が $(\infty, -\infty)$ をとる. Keldysh 経路で摂動計算を行った後, Langreth の定理によって, Keldysh 経路積分を実時間積分に射影する.

子で, 経路上で演算子の順序を入れ替える. また, Keldysh 経路上の往路と復路を区別するため, 時間変数を複素数の τ とする. ただし $t = \text{Re}\tau$ が成り立つとする. $U(-\infty, -\infty)$ は以下のように表される:

$$U(-\infty, -\infty) = T \exp \left(\int_C V_I(\tau) d\tau \right). \quad (2.15)$$

摂動計算は $U(-\infty, -\infty)$ を相互作用の次数で展開して行われる.

2.1.2 各 Green 関数同士で成立する関係式

ここでは積分変数が Keldysh contour 上のどこにあるかで 4 種類の Green 関数が定義されることを示し, これら Green 関数の間で成り立つ関係式を示す. 時間変数が Keldysh contour 上のどこにあるかで Green 関数が 4 つ現れる.

1. 時間変数がどちらも「行き」の経路にある場合:

$$\begin{aligned} G^T(1, 2) &= -i \langle T_C c(1) c^\dagger(2) \rangle, \\ &= -i(\theta(1-2) \langle c(1) c^\dagger(2) \rangle \pm \theta(2-1) \langle c^\dagger(2) c(1) \rangle). \end{aligned} \quad (2.16)$$

G^T は正規時間順序 Green 関数と呼ばれる.

2. 時間変数がどちらも「帰り」の経路にある場合:

$$\begin{aligned} G^{\bar{T}}(1, 2) &= -i \langle T_C c(1) c^\dagger(2) \rangle, \\ &= -i(\theta(2-1) \langle c(1) c^\dagger(2) \rangle \pm \theta(1-2) \langle c^\dagger(2) c(1) \rangle). \end{aligned} \quad (2.17)$$

このとき時間変数の絶対値が $t_1 < t_2$ であっても, 経路上での順序は $t_2 < t_1$ となることに注意する. $G^{\bar{T}}$ は逆時間順序 Green 関数と呼ばれる.

3. t_1 が「行き」の経路に, t_2 が「帰り」の経路にそれぞれある場合.

$$\begin{aligned} G^<(1, 2) &= -i \langle T_C c(1) c^\dagger(2) \rangle, \\ &= \mp i \langle c^\dagger(2) c(1) \rangle. \end{aligned} \quad (2.18)$$

このとき時間変数の絶対値によらず、Keldysh contour 上では常に $t_1 < t_2$ であることに注意する。 $G^>$ は greater Green 関数

4. t_2 が「行き」の経路に、 t_1 が「帰り」の経路にそれぞれある場合.

$$\begin{aligned} G^>(1, 2) &= -i\langle T_C c(1) c^\dagger(2) \rangle, \\ &= -i\langle c(1) c^\dagger(2) \rangle. \end{aligned} \quad (2.19)$$

$G^<$ は lesser Green 関数と呼ばれる.

Green 関数の遅延及び先進成分は、lesser 及び greater 成分を用いて、以下のように定義される：

$$\begin{aligned} G^R(1, 2) &= -i\theta(1-2)\langle [c(1), c^\dagger(2)] \rangle, \\ &= \theta(1-2)[G^>(1, 2) - G^<(1, 2)], \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} G^A(1, 2) &= i\theta(2-1)\langle [c(1), c^\dagger(2)] \rangle, \\ &= \theta(2-1)[G^<(1, 2) - G^>(1, 2)]. \end{aligned} \quad (2.21)$$

また、定義から、

$$G^R(1, 2) = (G^A(2, 1))^*, \quad (2.22)$$

が成り立つ.

以下のように、lesser 成分と greater 成分を用いて Keldysh 成分を定義する：

$$G^K(1, 2) = G^<(1, 2) + G^>(1, 2). \quad (2.23)$$

ここで、各成分間に成り立つ関係式をまとめる：

$$G^T(1, 2) + G^{\bar{T}}(1, 2) = G^>(1, 2) + G^<(1, 2), \quad (2.24)$$

$$G^R(1, 2) - G^A(1, 2) = G^>(1, 2) - G^<(1, 2). \quad (2.25)$$

lesser と greater 成分は Keldysh 成分と遅延・先進成分を用いて以下のように表される：

$$G^<(1, 2) = \frac{1}{2}[G^K(1, 2) - G^R(1, 2) + G^A(1, 2)], \quad (2.26)$$

$$G^>(1, 2) = \frac{1}{2}[G^K(1, 2) + G^R(1, 2) - G^A(1, 2)]. \quad (2.27)$$

2.2 非平衡 Green 関数を用いた摂動計算の手順

ここでは、前節で定式化した非平衡 Green 関数を用いた摂動計算をまとめる。Green 関数の成分をある次数まで摂動展開すると、複数の演算子の積を非摂動状態で熱平均をとった量が得られる。これは、無摂動な非平衡 Green 関数の積として表すことができる (一般化された Wick の定理 [46])。次に、Keldysh 経路上での積分を、実時間積分に射影する。これは Langreth の定理 [4, 48] を基に行われる。

2.2.1 Langreth の定理

この節では Langreth の定理 [4] の主要な結果を述べる。

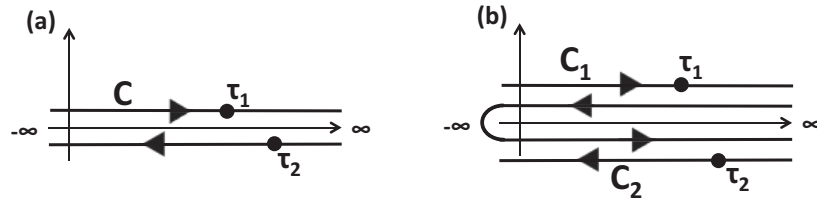


図 2.2 Langreth の定理での Keldysh 経路の連続的な変形. 元々の Keldysh 経路 C が, 経路 C_1 と C_2 の和に変形される.

ある Green 関数の成分を, 一般化された Wick の定理を用いて摂動計算すると, 以下の様な Green 関数の積を得る:

$$C(\tau_1, \tau_2) = \int_C d\tau_3 A(\tau_1, \tau_3) B(\tau_3, \tau_2), \quad (2.28)$$

$$D(\tau_1, \tau_2) = A(\tau_1, \tau_2) B(\tau_1, \tau_2), \quad (2.29)$$

$$E(\tau_1, \tau_2) = A(\tau_1, \tau_2) B(\tau_2, \tau_1). \quad (2.30)$$

これら $C(\tau_1, \tau_2)$, $D(\tau_1, \tau_2)$, $E(\tau_1, \tau_2)$ の時間変数 (τ_1, τ_2) を実時間に射影する際に, Langreth の定理を使用する.

時間の畳込み積分を含む場合

例として, $C^<$ を考える. この時, τ_1 は往路に, τ_2 は復路に存在する. $C^<(1, 2)$ は,

$$C^<(\tau_1, \tau_2) = \int_C d\tau_3 [A(\tau_1, \tau_3) B(\tau_3, \tau_2)] \quad (2.31)$$

と表される.

まず, Keldysh 経路 C を図 (2.2) のように変形する. $C^<$ は, 変形された経路 C_1 と C_2 を用いて以下のように表される:

$$\begin{aligned} C^<(\tau_1, \tau_2) &= \int_{C_1} d\tau_3 A(\tau_1, \tau_3) B(\tau_3, \tau_2), \\ &+ \int_{C_2} d\tau_3 A(\tau_1, \tau_3) B(\tau_3, \tau_2). \end{aligned} \quad (2.32)$$

ここで, 経路 C_1 上の時間変数 τ_3 は必ず τ_2 よりも前に存在するので, $B(\tau_3, \tau_2) = B^<(\tau_3, \tau_2)$ と射影される. 同様に, 経路 C_2 上の時間変数 τ_3 は必ず τ_1 よりも後に存在するので, $A(\tau_1, \tau_3) = A^<(\tau_1, \tau_3)$ と射影される.

よって式は

$$\begin{aligned} C^<(\tau_1, \tau_2) &= \int_{C_1} d\tau_3 A(\tau_1, \tau_3) B^<(\tau_3, \tau_2), \\ &+ \int_{C_2} d\tau_3 A^<(\tau_1, \tau_3) B(\tau_3, \tau_2) \end{aligned} \quad (2.33)$$

と表される.

ここで、第一項について、経路 C_1 上での積分を以下のように2つの積分に分ける：

$$\begin{aligned} \int_{C_1} d\tau_3 A(\tau_1, \tau_3) B^<(\tau_3, \tau_2) &= \int_{-\infty}^{t_1} dt_3 A^>(\tau_1, t_3) B^<(t_3, \tau_2) + \int_{t_1}^{-\infty} d\tau_3 A^<(\tau_1, t_3) B^<(t_3, \tau_2), \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dt_3 \theta(t_1 - t_3) [A^>(t_1, t_3) - A^<(t_1, t_3)] B^<(t_3, t_2), \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dt_3 A^R(t_1, t_3) B^<(t_3, t_2). \end{aligned} \quad (2.34)$$

同様に、第二項は、

$$\begin{aligned} \int_{C_2} d\tau_3 A^<(\tau_1, \tau_3) B(\tau_3, \tau_2) &= \int_{-\infty}^{t_2} dt_3 A^<(\tau_1, t_3) B^<(t_3, \tau_2) + \int_{t_2}^{-\infty} d\tau_3 A^<(\tau_1, t_3) B^>(t_3, \tau_2) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dt_3 \theta(t_2 - t_3) A^<(t_1, t_3) [B^<(t_3, t_2) - B^>(t_3, t_2)], \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dt_3 A^<(t_1, t_3) B^A(t_3, t_2) \end{aligned} \quad (2.35)$$

と変形される。

こうして、時間の畳込み積分で表される lesser 成分の Langreth の定理を以下のように得る [4, 46, 47, 48, 49]：

$$C^<(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} dt_3 [A^R(t_1, t_3) B^<(t_3, t_2) + A^<(t_1, t_3) B^A(t_3, t_2)]. \quad (2.36)$$

同様に、greater 成分と Keldysh 成分についても、以下のようにまとめられる：

$$C^>(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} dt_3 [A^R(t_1, t_3) B^>(t_3, t_2) + A^>(t_1, t_3) B^A(t_3, t_2)], \quad (2.37)$$

$$C^K(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} dt_3 [A^R(t_1, t_3) B^K(t_3, t_2) + A^K(t_1, t_3) B^A(t_3, t_2)]. \quad (2.38)$$

また、式と式から、 C の遅延成分が以下のように表される：

$$\begin{aligned} C^R(t_1, t_2) &= \theta(t_1 - t_2) [C^>(t_1, t_2) - C^<(t_1, t_2)], \\ &= \theta(t_1 - t_2) \int_{-\infty}^{\infty} dt_3 A^R(t_1, t_3) [B^>(t_3, t_2) - B^<(t_3, t_2)] \\ &\quad + \theta(t_1 - t_2) \int_{-\infty}^{\infty} dt_3 [A^>(t_1, t_3) - A^<(t_1, t_3)] B^A(t_3, t_2), \\ &= \theta(t_1 - t_2) \int_{-\infty}^{t_1} dt_3 [A^>(t_1, t_3) - A^<(t_1, t_3)] \times [B^>(t_3, t_2) - B^<(t_3, t_2)] \\ &\quad + \theta(t_1 - t_2) \int_{-\infty}^{t_2} dt_3 [A^>(t_1, t_3) - A^<(t_1, t_3)] \times [B^<(t_3, t_2) - B^>(t_3, t_2)], \\ &= \theta(t_1 - t_2) \int_{t_2}^{t_1} dt_3 [A^>(t_1, t_3) - A^<(t_1, t_3)] \times [B^>(t_3, t_2) - B^<(t_3, t_2)]. \end{aligned} \quad (2.39)$$

ここで $\int_{t_2}^{t_1} dt_3 = \int_{-\infty}^{\infty} dt_3 \theta(t_1 - t_3) \theta(t_3 - t_2)$ と変形すると、

$$C^R(t_1, t_2) = \theta(t_1 - t_2) \int_{-\infty}^{\infty} dt_3 A^R(t_1, t_3) B^R(t_3, t_2) \quad (2.40)$$

とまとめることができる。

同様に、先進成分は、

$$C^A(t_1, t_2) = \theta(t_2 - t_1) \int_{-\infty}^{\infty} dt_3 A^A(t_1, t_3) B^A(t_3, t_2) \quad (2.41)$$

と表される。

式をまとめて、時間の畳込み積分で表される Green 関数の成分に関する Langreth の定理を得る。以下に結果を再掲する。

$$C^<(t, t') = \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 [A^R(t, t_1) B^<(t_1, t') + A^<(t, t_1) B^A(t_1, t')], \quad (2.42)$$

$$C^>(t, t') = \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 [A^R(t, t_1) B^<(t_1, t') + A^<(t, t_1) B^A(t_1, t')], \quad (2.43)$$

$$C^K(t, t') = \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 [A^R(t, t_1) B^K(t_1, t') + A^K(t, t_1) B^A(t_1, t')], \quad (2.44)$$

$$C^R(t, t') = \theta(t - t') \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 A^R(t, t_1) B^R(t_1, t'), \quad (2.45)$$

$$C^A(t, t') = \theta(t' - t) \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 A^A(t, t_1) B^A(t_1, t'). \quad (2.46)$$

また、この Langreth の定理の結果は、以下の様な行列を導入して整理することもできる：

$$\hat{C} = \begin{pmatrix} C^R & C^x \\ 0 & C^A \end{pmatrix}. \quad (2.47)$$

$x = (<, >, K)$ は lesser, greater, Keldysh 成分のいずれかを表す。また、 C の時間変数を省略した。

式は、以下のようにまとめることができる：

$$\hat{C} = \hat{A} \hat{B} \quad (2.48)$$

$$\begin{pmatrix} C^R & C^x \\ 0 & C^A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^R & A^x \\ 0 & A^A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B^R & B^x \\ 0 & B^A \end{pmatrix}. \quad (2.49)$$

ただし、 A と B の時間変数及び時間積分、 $\theta(t_1 - t_2)$ を省略した。

積分で表されていない場合

ここでは、以下の様な D や E の成分を表す Langreth の定理を紹介する：

$$D(\tau_1, \tau_2) = iA(\tau_1, \tau_2)B(\tau_1, \tau_2), \quad (2.50)$$

$$E(\tau_1, \tau_2) = iA(\tau_1, \tau_2)B(\tau_2, \tau_1). \quad (2.51)$$

このような Green 関数は、本論文では、温度勾配下にある磁性絶縁体と金属の接合系において、スピンの生成効率を表すマグノンの Gilbert 緩和項を、マグノンの自己エネルギーの虚部に比例する量として計算する際に使用する。

D と E の lesser 成分は以下のように得られる：

$$D^<(t_1, t_2) = iA^<(t_1, t_2)B^<(t_1, t_2), \quad (2.52)$$

$$E^<(t_1, t_2) = iA^<(t_1, t_2)B^>(t_2, t_1). \quad (2.53)$$

同様に、greater 成分が以下のように得られる：

$$D^>(t_1, t_2) = iA^>(t_1, t_2)B^>(t_1, t_2), \quad (2.54)$$

$$E^>(t_1, t_2) = iA^>(t_1, t_2)B^<(t_2, t_1). \quad (2.55)$$

式 (2.20) と (2.52), (2.54) より, D の遅延成分 D^R が以下のように表される:

$$\begin{aligned}
D^R(t_1, t_2) &= i\theta(t_1 - t_2)[D^>(t_1, t_2) - D^<(t_1, t_2)], \\
&= i\theta(t_1 - t_2)[A^>(t_1, t_2)B^>(t_1, t_2) - A^<(t_1, t_2)B^<(t_1, t_2)], \\
&= i\theta(t_1 - t_2)[A^<(t_1, t_2) + A^R(t_1, t_2) - A^A(t_1, t_2)] \\
&\quad \times [B^<(t_1, t_2) + B^R(t_1, t_2) - B^A(t_1, t_2)] \\
&\quad - i\theta(t_1 - t_2)A^<(t_1, t_2)B^<(t_1, t_2), \\
&= i\theta(t_1 - t_2)[A^<(t_1, t_2)B^R(t_1, t_2) + A^R(t_1, t_2)B^<(t_1, t_2) \\
&\quad + A^R(t_1, t_2)B^R(t_1, t_2)]. \tag{2.56}
\end{aligned}$$

ただし, ここで式 $B^> - B^< = B^R - B^A$ を用いた. また, $\theta(t_1 - t_2)A^A(t_1, t_2)$ は $\theta(t_1 - t_2)\theta(t_2 - t_1)$ に比例するため, 0 となることを考慮した.

また, この式は A と B の Keldysh 成分で表現することもできる. 計算のしやすさから, 本論文ではこちらを使用する.

同様に, lesser 成分を Keldysh 成分に変換する:

$$\begin{aligned}
D^R(t_1, t_2) &= \frac{i}{2}\theta(t_1 - t_2)[A^K(t_1, t_2) - A^R(t_1, t_2) + A^A(t_1, t_2)]B^R(t_1, t_2) \\
&\quad + \frac{i}{2}\theta(t_1 - t_2)A^R(t_1, t_2)[B^K(t_1, t_2) - B^R(t_1, t_2) + B^A(t_1, t_2)] \\
&\quad + \theta(t_1 - t_2)A^R(t_1, t_2)B^R(t_1, t_2), \\
&= \frac{i}{2}\theta(t_1 - t_2)[A^K(t_1, t_2)B^R(t_1, t_2) + A^R(t_1, t_2)B^K(t_1, t_2)]. \tag{2.57}
\end{aligned}$$

この式のように, Keldysh 成分で表すと, 現れる項の数が3つから2つに減り, 計算がより簡潔となる. また, どちらの項も Keldysh 成分を1つ含んでいる. 後述するように, (局所) 熱平衡状態にある系では, Keldysh 成分は虚部のみ持つ関数となる. そのため, Keldysh 成分で D の遅延成分 D^R を表しておくと, D^R の虚部を求めやすくなる. これは, スピン流の生成効率と関係する量であるマグノンの Gilbert 緩和項の計算を容易にする. こうした理由から, 本論文では, lesser や greater 成分ではなく, Keldysh 成分を用いて物理量を記述する.

D の先進成分 D^A は以下のように表される:

$$\begin{aligned}
D^A(t_1, t_2) &= i\theta(t_2 - t_1)[D^<(t_1, t_2) - D^>(t_1, t_2)], \\
&= i\theta(t_2 - t_1)[A^<(t_1, t_2)B^<(t_1, t_2) - A^>(t_1, t_2)B^>(t_1, t_2)], \\
&= i\theta(t_2 - t_1)[A^>(t_1, t_2) - A^R(t_1, t_2) + A^A(t_1, t_2)] \\
&\quad \times [B^>(t_1, t_2) - B^R(t_1, t_2) + B^A(t_1, t_2)] \\
&\quad - i\theta(t_2 - t_1)A^>(t_1, t_2)B^>(t_1, t_2), \\
&= i\theta(t_2 - t_1)[A^>(t_1, t_2)B^A(t_1, t_2) + A^A(t_1, t_2)B^>(t_1, t_2) \\
&\quad + A^A(t_1, t_2)B^A(t_1, t_2)]. \tag{2.58}
\end{aligned}$$

D^A を A と B の Keldysh 成分で表す:

$$D^A(t_1, t_2) = \frac{i}{2}\theta(t_2 - t_1)[A^A(t_1, t_2)B^K(t_1, t_2) + A^R(t_1, t_2)B^A(t_1, t_2)]. \tag{2.59}$$

また、 D の Keldysh 成分は以下のように示される：

$$\begin{aligned} D^K(t_1, t_2) &= D^<(t_1, t_2) + D^>(t_1, t_2), \\ &= i[A^<(t_1, t_2)B^<(t_1, t_2) + A^>(t_1, t_2)B^>(t_1, t_2)], \\ &= \frac{i}{2}[A^K(t_1, t_2)B^K(t_1, t_2) \\ &\quad + (A^R(t_1, t_2) - A^A(t_1, t_2))(B^R(t_1, t_2) - B^A(t_1, t_2))]. \end{aligned} \quad (2.60)$$

以上の結果をまとめると、

$$D^R(t_1, t_2) = \frac{i}{2}\theta(t_1 - t_2)[A^K(t_1, t_2)B^R(t_1, t_2) + A^R(t_1, t_2)B^K(t_1, t_2)]. \quad (2.61)$$

$$D^A(t_1, t_2) = \frac{i}{2}\theta(t_2 - t_1)[A^A(t_1, t_2)B^K(t_1, t_2) + A^R(t_1, t_2)B^A(t_1, t_2)]. \quad (2.62)$$

$$\begin{aligned} D^K(t_1, t_2) &= \frac{i}{2}[A^K(t_1, t_2)B^K(t_1, t_2) \\ &\quad + (A^R(t_1, t_2) - A^A(t_1, t_2))(B^R(t_1, t_2) - B^A(t_1, t_2))]. \end{aligned} \quad (2.63)$$

同様に、 E の遅延、先進、Keldysh 成分は以下のように表される：

$$E^R(t_1, t_2) = \frac{i}{2}\theta(t_1 - t_2)[A^R(t_1, t_2)B^K(t_2, t_1) + A^K(t_1, t_2)B^R(t_2, t_1)], \quad (2.64)$$

$$E^A(t_1, t_2) = \frac{i}{2}\theta(t_2 - t_1)[A^A(t_1, t_2)B^K(t_2, t_1) + A^K(t_1, t_2)B^A(t_2, t_1)], \quad (2.65)$$

$$\begin{aligned} E^K(t_1, t_2) &= \frac{i}{2}[A^K(t_1, t_2)B^K(t_2, t_1) \\ &\quad - (A^R(t_1, t_2) - A^A(t_1, t_2))(B^R(t_2, t_1) - B^A(t_2, t_1))]. \end{aligned} \quad (2.66)$$

2.2.2 非平衡 Green 関数を用いた摂動計算の手順

上述した Langreth の定理を用いて、非平衡 Green 関数の各成分を摂動計算する手順をまとめる。

1. U 行列 $U(-\infty, \infty)$ を摂動項 V_I について展開する。この時、展開した項は、複数の演算子の積に関する時間順序積 (T 積) の期待値として得られる。
2. 展開した項それぞれについて、Wick の定理を使い、無摂動な Green 関数の積で表す。この時、次数に応じて、複数の項が得られる。
3. 得られた項を Feynman ダイアグラムで表す。
4. 全体が連結しているダイアグラムで表された項のみを取り出す。
5. 4 で得られた項について、Langreth の定理を用いて、Keldysh 積分経路を実時間積分に射影し、摂動展開された Green 関数の成分を得る。
6. Green 関数を含むセルフコンシステントな式である Dyson 方程式を導く。

この手順にならって、以下に、非平衡 Green 関数の遅延、先進そして Keldysh 成分を、2.1 で示した摂動ハミルトニアン H_I の 1 次までで展開する。

摂動計算する Green 関数を以下のように表す：

$$\begin{aligned} G_{\mathbf{p}}(t_1, t_2) &= (-i) \langle T_C c_{\mathbf{p}}(t_1) c_{\mathbf{p}}^\dagger(t_2) \rangle, \\ &= (-i) \frac{\langle 0 | T_C U(-\infty, -\infty) c_{\mathbf{p}}(1) c_{\mathbf{p}}^\dagger(2) | 0 \rangle}{\langle 0 | U(-\infty, -\infty) | 0 \rangle}. \end{aligned} \quad (2.67)$$

ここで, $U(-\infty, -\infty)$ は以下のように表される:

$$U(-\infty, -\infty) = T \exp \left(\int_C V_I(\tau) d\tau \right). \quad (2.68)$$

また, 演算子は全て相互作用表示とする.

この U を式 (2.67) に代入する:

$$G_{\mathbf{p}}(t_1, t_2) = (-i) \frac{\langle 0 | T_C \exp \left(\int_C V_I(\tau) d\tau \right) c_{\mathbf{p}}(1) c_{\mathbf{p}}^\dagger(2) | 0 \rangle}{\langle 0 | T_C \exp \left(\int_C V_I(\tau) d\tau \right) | 0 \rangle}. \quad (2.69)$$

この式の分子を, 摂動項 V_I について 1 次まで展開する. また, 無摂動状態において並進対称性を仮定する.

まず, Green 関数の分子を以下のように摂動展開する:

$$(\text{分子}) = (-i) \langle 0 | T_C c_{\mathbf{p}}(1) c_{\mathbf{p}}^\dagger(2) | 0 \rangle + (-i)^2 \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} V_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} \int_C d\tau_3 \langle 0 | T_C c_{\mathbf{k}}^\dagger(3) c_{\mathbf{q}}(3) c_{\mathbf{p}}(1) c_{\mathbf{p}}^\dagger(2) | 0 \rangle. \quad (2.70)$$

第二項に Wick の定理を適用すると, 分子は

$$\begin{aligned} (\text{分子}) &= G_{\mathbf{p}}^0(t_1, t_2) + G_{\mathbf{p}}^0(t_1, \tau_2) \sum_{\mathbf{k}} V_{\mathbf{k}, \mathbf{k}} \int_C d\tau_3 G_{\mathbf{k}}^0(\tau_3, \tau_3) \\ &\quad + V_{\mathbf{p}, \mathbf{p}} \int_C d\tau_3 G_{\mathbf{p}}^0(t_1, \tau_3) G_{\mathbf{p}}^0(\tau_3, t_2) \end{aligned} \quad (2.71)$$

と表される. 特に, 第一項と第二項は $G_{\mathbf{p}}^0(t_1, t_2)$ でくることができる,

$$(\text{分子}) = G_{\mathbf{p}}^0(t_1, t_2) \left[1 + \sum_{\mathbf{k}} V_{\mathbf{k}, \mathbf{k}} \int_C d\tau_3 G_{\mathbf{k}}^0(\tau_3, \tau_3) \right] + V_{\mathbf{p}, \mathbf{p}} \int_C d\tau_3 G_{\mathbf{p}}^0(t_1, \tau_3) G_{\mathbf{p}}^0(\tau_3, t_2), \quad (2.72)$$

を得る. 次に, 分母を V_I の 1 次まで展開する:

$$(\text{分母}) = 1 + (-i) \langle 0 | \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} V_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} \int_C d\tau_3 T_C c_{\mathbf{k}}^\dagger(3) c_{\mathbf{q}}(3) | 0 \rangle. \quad (2.73)$$

Wick の定理より, この式は

$$(\text{分母}) = 1 + \sum_{\mathbf{k}} V_{\mathbf{k}, \mathbf{k}} \int_C d\tau_3 G_{\mathbf{k}}^0(\tau_3, \tau_3), \quad (2.74)$$

と変形される.

式 (2.72) の右辺第一項と, 式 (2.74) を比較すると, 式 (2.72) の右辺第一項は $G_{\mathbf{p}}^0(t_1, t_2) \times \text{分母}$ と表されることが分かる. このような項は, Feynman ダイアグラムで表すと, $G_{\mathbf{p}}^0(t_1, t_2)$ とそれ以外の部分で非連結なダイアグラムとして表される.

このような考察を, 摂動の高次の次数まで推し進めると, 分子は

$$(\text{分子}) = [\text{連結したダイアグラム}] \times [\text{U を展開したダイアグラム}] \quad (2.75)$$

で表現できることが知られている [45]. 以上のことをまとめると,

$$G_{\mathbf{p}}(t_1, t_2) = \frac{[\text{連結ダイアグラム}] \times [\text{U を展開したダイアグラム}]}{[\text{U を展開したダイアグラム}]}, \quad (2.76)$$

$$= [\text{連結ダイアグラム}] \quad (2.77)$$

と整理される。つまり、Green 関数を摂動計算する際には、各摂動項を Feynman ダイアグラムで表して、その中で連結していないダイアグラムで書かれる項のみを評価すればよい、ということが示される [45, 46]。こうして、 V_I の 1 次までで、Green 関数は、

$$G_{\mathbf{p}}(t_1, t_2) = G_{\mathbf{p}}^0(t_1, t_2) + V_{\mathbf{p}, \mathbf{p}} \int_C d\tau_3 G_{\mathbf{p}}^0(t_1, \tau_3) G_{\mathbf{p}}^0(\tau_3, t_2) \quad (2.78)$$

と表される。

摂動展開を高次まで進めていくと、Green 関数は

$$\begin{aligned} G_{\mathbf{p}}(t_1, t_2) &= g_{\mathbf{p}}(t_1, t_2) + V_{\mathbf{p}, \mathbf{p}} \int_C d\tau_3 g_{\mathbf{p}}(t_1, \tau_3) g_{\mathbf{p}}(\tau_3, t_2) \\ &\quad + \sum_{\mathbf{k}} V_{\mathbf{p}, \mathbf{k}} V_{\mathbf{k}, \mathbf{p}} \int_C d\tau_3 d\tau_4 g_{\mathbf{p}}(t_1, \tau_3) g_{\mathbf{k}}(\tau_3, \tau_4) g_{\mathbf{p}}(\tau_4, t_2) \\ &\quad + \cdots \end{aligned} \quad (2.79)$$

と表される。

ここで、次のような自己エネルギーを定義する。

$$\begin{aligned} \Sigma_{\mathbf{p}}(\tau_3) &= V_{\mathbf{p}, \mathbf{p}} \\ &\quad + \sum_{\mathbf{k}} V_{\mathbf{p}, \mathbf{k}} V_{\mathbf{k}, \mathbf{p}} \int_C d\tau_4 g_{\mathbf{k}}(\tau_3, \tau_4) \\ &\quad + \cdots \end{aligned} \quad (2.80)$$

この自己エネルギーを用いると、Green 関数は次のように表される：

$$\begin{aligned} G_{\mathbf{p}}(t_1, t_2) &= g_{\mathbf{p}}(t_1, t_2) + \int_C d\tau_3 g_{\mathbf{p}}(t_1, \tau_3) \Sigma_{\mathbf{p}}(\tau_3) g_{\mathbf{p}}(\tau_3, t_2) \\ &\quad + \int_C d\tau_3 d\tau_4 g_{\mathbf{p}}(t_1, \tau_3) \Sigma_{\mathbf{p}}(\tau_3) g_{\mathbf{p}}(\tau_3, \tau_4) \Sigma_{\mathbf{p}}(\tau_4) g_{\mathbf{p}}(\tau_4, t_2) \\ &\quad + \cdots \end{aligned} \quad (2.81)$$

これは以下の様な式に書き直される。

$$G_{\mathbf{p}}(t_1, t_2) = g_{\mathbf{p}}(t_1, t_2) + \int_C d\tau_3 g_{\mathbf{p}}(t_1, \tau_3) \Sigma_{\mathbf{p}}(\tau_3) G_{\mathbf{p}}(\tau_3, t_2) \quad (2.82)$$

これは、Green 関数をセルフコンシステントに決定する方程式であり、Dyson 方程式と呼ばれている^{*2}。最後に Langreth の定理を用いて、Keldysh 経路を実時間積分に射影する。例えば Keldysh 成分なら、

$$G_{\mathbf{p}}^K(t_1, t_2) = g_{\mathbf{p}}^K(t_1, t_2) + V_{\mathbf{p}, \mathbf{p}} \int_{-\infty}^{\infty} dt_3 [g_{\mathbf{p}}^R(t_1, t_3) g_{\mathbf{p}}^K(t_3, t_2) + g_{\mathbf{p}}^K(t_1, t_3) g_{\mathbf{p}}^A(t_3, t_2)] \quad (2.83)$$

と表される。

^{*2} Dyson 方程式は松原形式でも用いられている。ただし、松原形式での Dyson 方程式は遅延もしくは先進のみであるのに対し、非平衡 Green 関数形式では Keldysh 成分が満たす Dyson 方程式も存在する。これは次の節で示す。

Dyson 方程式の Wigner 表示

後の計算のため, Dyson 方程式を時間についての Wigner 表示で表す. 以下のような Dyson 方程式,

$$G_{\mathbf{p}}^i(1, 2) = g_{\mathbf{p}}^i(1, 2) + \sum_{jkl} \int_{-\infty}^{\infty} d3d4 g_{\mathbf{p}}^j(1, 3) \Sigma_{\mathbf{p}}^k(3, 4) G_{\mathbf{p}}^l(4, 2) \quad (2.84)$$

を Wigner 変換する. ただし $g_{\mathbf{p}}^i$ と $G_{\mathbf{p}}^i$ は, それぞれ相互作用を繰り込まない無摂動な Green 関数と, 相互作用を繰り込んだ Green 関数をそれぞれ表す. また i, j, k, l は遅延, 先進, Keldysh の R, A, K を表す添字を意味する.

まず, G, g, Σ を, 相対時間 δt と重心時間 \bar{t} で表し, その Wigner 表示を得る.

$$G_{\mathbf{p}}^i(\omega, \bar{t}_{12}) = \int d\delta t_{12} G_{\mathbf{p}}^i(\delta t_{12}, \bar{t}_{12}) e^{i\omega \delta t_{12}}, \quad (2.85)$$

$$g_{\mathbf{p}}^i(\omega, \bar{t}_{12}) = \int d\delta t_{12} g_{\mathbf{p}}^i(\delta t_{12}, \bar{t}_{12}) e^{i\omega \delta t_{12}}, \quad (2.86)$$

$$\Sigma_{\mathbf{p}}^i(\omega, \bar{t}_{12}) = \int dt_{12} \Sigma_{\mathbf{p}}^i(\delta t_{12}, \bar{t}_{12}) e^{i\omega \delta t_{12}}. \quad (2.87)$$

Dyson 方程式を, 相対時間 δt と重心時間 \bar{t} で表す:

$$G_{\mathbf{p}}^i(\delta t_{12}, \bar{t}_{12}) = g_{\mathbf{p}}^i(\delta t_{12}, \bar{t}_{12}) + \sum_{jkl} \int d\delta t_{34} d\bar{t}_{34} g_{\mathbf{p}}^j(\delta t_{13}, \bar{t}_{13}) \Sigma_{\mathbf{p}}^k(\delta t_{34}, \bar{t}_{34}) G_{\mathbf{p}}^l(\delta t_{42}, \bar{t}_{42}). \quad (2.88)$$

G と g を Wigner 変換すると,

$$\begin{aligned} \int_{\omega} G_{\mathbf{p}}^i(\omega, \bar{t}_{12}) e^{-i\omega \delta t_{12}} &= \int_{\omega} g_{\mathbf{p}}^i(\omega, \bar{t}_{12}) e^{-i\omega \delta t_{12}} \\ &+ \sum_{jkl} \int_{\delta t_{34}, \bar{t}_{34}} \int_{\omega_1, \omega_2} g_{\mathbf{p}}^j(\omega_1, \bar{t}_{13}) \Sigma_{\mathbf{p}}^k(\delta t_{34}, \bar{t}_{34}) G_{\mathbf{p}}^l(\omega_2, \bar{t}_{42}) e^{-i\omega_1 \delta t_{13}} e^{-i\omega_2 \delta t_{42}} \end{aligned} \quad (2.89)$$

ここで, $\int_{\omega} = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega/2\pi$, $\int_{\delta t_{34}, \bar{t}_{34}} = \int_{-\infty}^{\infty} d\delta t_{34} d\bar{t}_{34}$ とした.

両辺をフーリエ変換すると,

$$\begin{aligned} G_{\mathbf{p}}^i(\omega, \bar{t}_{12}) &= g_{\mathbf{p}}^i(\omega, \bar{t}_{12}) \\ &+ \sum_{jkl} \int_{\delta t_{12}, \delta t_{34}, \bar{t}_{34}} \int_{\omega_1, \omega_2} g_{\mathbf{p}}^j(\omega_1, \bar{t}_{13}) \Sigma_{\mathbf{p}}^k(\delta t_{34}, \bar{t}_{34}) G_{\mathbf{p}}^l(\omega_2, \bar{t}_{42}) e^{-i\omega_1 t_{13}} e^{-i\omega_2 \delta t_{42}} e^{i\omega \delta t_{12}} \end{aligned} \quad (2.90)$$

を得る.

ここで相対時間, 重心時間と元の時間との関係を示す: $\delta t_{12} = t_1 - t_2$, $\bar{t}_{12} = (t_1 + t_2)/2$, $t_1 = \bar{t}_{12} + \delta t_{12}/2$, $t_2 = \bar{t}_{12} - \delta t_{12}/2$, また, $\delta t_{13} = t_1 - t_3 = \bar{t}_{12} + \delta t_{12}/2 - \bar{t}_{34} - \delta t_{34}/2$, $\delta t_{42} = t_4 - t_2 = \bar{t}_{34} - \delta t_{34}/2 - \bar{t}_{12} + \delta t_{12}/2$. 更に $\bar{t}_{13} = (2\bar{t}_{12} + \delta t_{12} + 2\bar{t}_{34} + \delta t_{34})/4$, $\bar{t}_{42} = (2\bar{t}_{34} - \delta t_{34} + 2\bar{t}_{12} - \delta t_{12})/4$ となる.

以上を用いると Dyson 方程式は以下のように表される.

$$\begin{aligned} G_{\mathbf{p}}^i(\omega, \bar{t}_{12}) &= g_{\mathbf{p}}^i(\omega, \bar{t}_{12}) + \sum_{jkl} \int_{\delta t_{12}, \delta t_{34}, \bar{t}_{34}} \int_{\omega_1, \omega_2} g_{\mathbf{p}}^j(\omega_1, \bar{t}_{13}) \Sigma_{\mathbf{p}}^k(\delta t_{34}, \bar{t}_{34}) G_{\mathbf{p}}^l(\omega_2, \bar{t}_{42}) \\ &\times e^{-i\omega_1 \bar{t}_{12}} e^{-i\omega_1 \delta t_{12}/2} e^{i\omega_1 \bar{t}_{34}} e^{i\omega_1 \delta t_{34}/2} e^{-i\omega_2 \bar{t}_{34}} e^{i\omega_2 \delta t_{34}/2} e^{i\omega_2 \bar{t}_{12}} e^{-i\omega_2 \delta t_{12}/2} e^{i\omega \delta t_{12}}, \\ &= g_{\mathbf{p}}^i(\omega, \bar{t}_{12}) + \int_{\omega_1, \omega_2} e^{-i(\omega_1 - \omega_2) \bar{t}_{12}} \sum_{jkl} \int_{\delta t_{12}, \delta t_{34}, \bar{t}_{34}} g_{\mathbf{p}}^j(\omega_1, \bar{t}_{13}) \Sigma_{\mathbf{p}}^k(\delta t_{34}, \bar{t}_{34}) G_{\mathbf{p}}^l(\omega_2, \bar{t}_{42}) \\ &\times e^{i(2\omega - \omega_1 - \omega_2) \delta t_{12}/2} e^{i(\omega_1 - \omega_2) \bar{t}_{34}} e^{i(\omega_1 + \omega_2) \delta t_{34}/2} \end{aligned} \quad (2.91)$$

こうして, Dyson 方程式の Wigner 表示の一般形が導かれた.

次に, Σ を交流磁場の相関関数とする. このとき,

$$G_{\mathbf{p}}^R(\delta t_{12}, \bar{t}_{12}) = g_{\mathbf{p}}^R(\delta t_{12}), \quad (2.92)$$

$$G_{\mathbf{p}}^A(\delta t_{12}, \bar{t}_{12}) = g_{\mathbf{p}}^A(\delta t_{12}), \quad (2.93)$$

$$G_{\mathbf{p}}^K(\delta t_{12}, \bar{t}_{12}) = g_{\mathbf{p}}^K(\delta t_{12}) + \int d\delta t_{34} d\bar{t}_{34} g_{\mathbf{p}}^R(\delta t_{13}) \Sigma_{\mathbf{p}}^K(\delta t_{34}, \bar{t}_{34}) g_{\mathbf{p}}^A(\delta t_{42}) \quad (2.94)$$

このとき, 三つ目の Keldysh 成分の式は,

$$\begin{aligned} G_{\mathbf{p}}^K(\omega, \bar{t}_{12}) &= g_{\mathbf{p}}^K(\omega) + \int_{\omega_1, \omega_2} e^{-i(\omega_1 - \omega_2)\bar{t}_{12}} \int_{\delta t_{12}, \delta t_{34}, \bar{t}_{34}} g_{\mathbf{p}}^R(\omega_1) \Sigma_{\mathbf{p}}^K(\delta t_{34}, \bar{t}_{34}) g_{\mathbf{p}}^A(\omega_2) \\ &\quad \times e^{i(2\omega - \omega_1 - \omega_2)\delta t_{12}/2} e^{i(\omega_1 - \omega_2)\bar{t}_{34}} e^{i(\omega_1 + \omega_2)\delta t_{34}/2}, \\ &= g_{\mathbf{p}}^K(\omega) + \int_{\omega_1, \omega_2} g_{\mathbf{p}}^R(\omega_1) g_{\mathbf{p}}^A(\omega_2) (2\pi) \delta\left(\omega - \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}\right) e^{-i(\omega_1 - \omega_2)\bar{t}_{12}} \\ &\quad \times \int_{\bar{t}_{34}} \Sigma_{\mathbf{p}}^K((\omega_1 + \omega_2)/2, \bar{t}_{34}) e^{i(\omega_1 - \omega_2)\bar{t}_{34}} \end{aligned} \quad (2.95)$$

と書かれる.

計算を進めると,

$$\begin{aligned} G_{\mathbf{p}}^K(\omega, \bar{t}_{12}) &= g_{\mathbf{p}}^K(\omega) + e^{2i\omega\bar{t}_{12}} \int_{\omega_1} g_{\mathbf{p}}^R(\omega_1) g_{\mathbf{p}}^A(2\omega - \omega_1) e^{-2i\omega_1\bar{t}_{12}} \\ &\quad \times \int_{\bar{t}_{34}} \Sigma_{\mathbf{p}}^K(\omega, \bar{t}_{34}) e^{2i(\omega_1 - \omega)\bar{t}_{34}}. \end{aligned} \quad (2.96)$$

さらに, Σ が時間について相対時間のみの関数である場合, 第二項は

$$\begin{aligned} &e^{2i\omega\bar{t}_{12}} \int_{\omega_1} g_{\mathbf{p}}^R(\omega_1) g_{\mathbf{p}}^A(2\omega - \omega_1) e^{-2i\omega_1\bar{t}_{12}} \Sigma_{\mathbf{p}}^K(\omega) \int_{\bar{t}_{34}} e^{2i(\omega_1 - \omega)\bar{t}_{34}} \\ &= e^{2i\omega\bar{t}_{12}} \int_{\omega_1} g_{\mathbf{p}}^R(\omega_1) g_{\mathbf{p}}^A(2\omega - \omega_1) e^{-2i\omega_1\bar{t}_{12}} \Sigma_{\mathbf{p}}^K(\omega) (2\pi) \delta(\omega_1 - \omega), \\ &= g_{\mathbf{p}}^R(\omega) \Sigma_{\mathbf{p}}^K(\omega) g_{\mathbf{p}}^A(\omega) \end{aligned} \quad (2.97)$$

を得る.

2.3 磁性絶縁体/金属界面における生成スピン流

この節では, 磁性絶縁体と金属の接合系において生成されるスピン流を, 前節まででまとめた非平衡 Green 関数法を用いて定式化する. まず, 磁性絶縁体と金属の接合界面でのカップリングを sd 型の交換相互作用でモデル化する. 次に, 金属へ注入されるスピン流を, 金属中の伝導電子スピン演算子の時間微分として定義し, Heisenberg の運動方程式を用いた計算を示す. ここで, 金属へ注入されるスピン流が, 磁性絶縁体の局在スピンと金属の伝導電子スピンから構成される lesser Green 関数で表されることを示す. 最後に, 接合界面での交換相互作用について 2 次までの摂動計算を行い, 金属へ注入されるスピン流を, 磁性絶縁体及び金属での Green 関数の成分を用いて表現する.

2.3.1 磁性絶縁体に隣接する金属のスピン流

磁性絶縁体と金属の接合系をモデル化する．磁性絶縁体と金属の接合界面で，sd 型の交換相互作用が働くとして，そのハミルトニアンを以下のように表す：

$$H_{sd} = J_{sd} \sum_{i \in \text{interface}} \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \mathbf{S}_i. \quad (2.98)$$

J_{sd} は界面での交換積分を， \sum_i は接合界面における格子点の和をそれぞれ表す．

金属における伝導電子の生成消滅演算子を $c_{\mathbf{r},\alpha}^\dagger, c_{\mathbf{r},\beta}$ とすると，スピン演算子 $\boldsymbol{\sigma}_i$ は以下のように表される：

$$\boldsymbol{\sigma}_i = (c_{i,\uparrow}^\dagger, c_{i,\downarrow}^\dagger) \boldsymbol{\sigma} \begin{pmatrix} c_{i,\uparrow} \\ c_{i,\downarrow} \end{pmatrix} \quad (2.99)$$

ここで， $\boldsymbol{\sigma}$ は Pauli 行列を並べたもので，

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} &= (\sigma^x, \sigma^y, \sigma^z) \\ &= \left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right), \end{aligned} \quad (2.100)$$

と表される．

磁性絶縁体中の場所 \mathbf{r} に局在するスピン演算子を $\mathbf{S}_{\mathbf{r}}$ とする．この時，伝導電子スピンの量子化軸 (z 軸) を，熱平衡状態における磁性絶縁体のスピンの向きと平行にとる．ここで，金属中で生成されるスピン流に着目する．式 (2.98) で表わされるような相互作用のもとでの，磁性絶縁体に隣接する金属中のスピンの連続方程式 (1.2) は，

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \rho_s(\mathbf{r}, t) \rangle - D_N \nabla^2 \langle \rho_s(\mathbf{r}, t) \rangle + \frac{1}{\tau_{sf}} \langle \rho_s(\mathbf{r}, t) \rangle = \langle i_S(\mathbf{r}, t) \rangle, \quad (2.101)$$

と表される．ここで $\langle \rho_s(\mathbf{r}, t) \rangle = \langle \sigma^z(\mathbf{r}, t) \rangle$ と計算される． $\langle i_S(\mathbf{r}, t) \rangle$ はスピン流のソース項であり，磁性絶縁体との界面におけるスピンの z 成分の時間微分として定義される ($i_S(\mathbf{r}, t) \equiv \partial_t \sigma^z(\mathbf{r}, t)|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_i}$)．その具体的な式は， $\partial_t \sigma^z(\mathbf{r}, t)$ を，界面近傍において有効的な相互作用が (2.98) のみであるとし，Heisenberg の運動方程式を解くことで求められる：

$$\begin{aligned} i_S(\mathbf{r}, t) &= \frac{\partial}{\partial t} \sigma^z(\mathbf{r}, t), \\ &= \frac{1}{i\hbar} [\sigma^z(\mathbf{r}, t), H_{sd}], \\ &= \frac{J_{sd}}{i\hbar} \sum_i [\sigma^z(\mathbf{r}, t), \boldsymbol{\sigma}_i(t) \cdot \mathbf{S}_i(t)], \\ &= \frac{J_{sd}}{2i\hbar} \delta_{\mathbf{r},i} \left(\sigma^+(\mathbf{r}, t) S^-(\mathbf{r}, t) - \sigma^-(\mathbf{r}, t) S^+(\mathbf{r}, t) \right), \\ &= \frac{J_{sd}}{\hbar} \text{Re} \left((-i) \sigma^+(\mathbf{r}, t) S^-(\mathbf{r}, t) \right) \delta_{\mathbf{r},i}. \end{aligned} \quad (2.102) \quad (2.103)$$

この式の統計平均 $\langle \rangle$ を取り，式 (2.101) の右辺に代入する．その後，式 (2.101) を解いてスピン流 $j_z(\mathbf{r}, t) = -D_N \nabla \sigma^z(\mathbf{r}, t)$ を得る．ここで，系が時間について定常状態であり，スピン密度は界面方向 ($y-z$ 平面) には一様である状況 ($\sigma(\mathbf{r}, t) = \sigma(x)$) を考える．ここで界面と垂直方向にある膜厚方向を

x 軸方向ととった, 磁性絶縁体との界面における生成スピン流密度 I_S ,

$$I_S = \frac{1}{A_{\text{int}}} \sum_{\mathbf{r}} \langle i_S(\mathbf{r}, t) \rangle. \quad (2.104)$$

が, 何らかの方法で求められたとする. ここで A_{int} は界面の表面積を表している. この時, 金属中のスピン流は,

$$j_z(x) = I_S \frac{\sinh[(d_N - x)/\lambda_N]}{\sinh(d_N/\lambda_N)}, \quad (2.105)$$

と求められ [50], 空間平均をとった電流密度 $\langle j_e \rangle_r$ は

$$\langle j_e \rangle_r = \frac{1}{d_N} \int_0^{d_N} dy j_e(y) = \frac{2e}{\hbar} \frac{\theta_{\text{SHE}}}{d_N} \int_0^{d_N} dy j_s(y) = \frac{2e}{\hbar} \frac{\theta_{\text{SHE}} I_S \lambda_N}{d_N} \tanh\left(\frac{d_N}{2\lambda_N}\right) \quad (2.106)$$

と求められる [50].

式 (2.105) 及び (2.106) から, 金属で測定される逆スピンホール電圧を評価するためには, 接合界面において生成されるスピン流密度 I_S を求める必要があることがわかる. 本論文の目的は, 交流磁場, 温度勾配, 及び交流磁場と温度勾配を同時に印加した際に, 磁性絶縁体と金属の界面で発現するスピン流密度 I_S の生成現象を, 非平衡 Green 関数法及び線形応答理論を用いて定式化することにある.

2.3.2 界面で生成されるスピン流の非平衡 Green 関数を用いた表現

まず, 磁性絶縁体/金属界面における生成スピン流密度 (2.104) が, 非平衡 Green 関数を用いて表されることを示す. 界面のある格子点から生成されるスピン流について, 格子点について和を取る. 式 (2.104) に界面の表面積 A_{int} をかけて, 格子点について和をとると,

$$I_S = \frac{J_{\text{sd}}}{\hbar} \sum_{\mathbf{r}_i} \sum_{\mathbf{r}} \sum_{\bar{\mathbf{r}}} \delta_{\mathbf{r},i} \delta_{\bar{\mathbf{r}},i} \left[\text{Re}(-i) \langle \sigma^+(\mathbf{r}, t) S^-(\bar{\mathbf{r}}, t') \rangle \right]_{t' \rightarrow 0}, \quad (2.107)$$

を得る. ここで, \mathbf{r} と $\bar{\mathbf{r}}$ はそれぞれ金属と磁性絶縁体の位置を表す. また, 摂動計算の都合上, $t' = t + \delta$ ($\delta > 0$) とおき, 摂動計算の後に $\delta = 0$ とする.

界面での lesser Green 関数を $C^<(\mathbf{r}, t; \bar{\mathbf{r}}, t') = (-i) \langle \sigma^+(\mathbf{r}, t) S^-(\bar{\mathbf{r}}, t') \rangle$ とおけば, 式 (2.107) は,

$$I_S = \frac{J_{\text{sd}}}{\hbar} \sum_{\mathbf{r}_i} \sum_{\mathbf{r}} \sum_{\bar{\mathbf{r}}} \delta_{\mathbf{r},i} \delta_{\bar{\mathbf{r}},i} \left[\text{Re} C^<(\mathbf{r}, t; \bar{\mathbf{r}}, t') \right]_{t' \rightarrow 0}, \quad (2.108)$$

と表される.

式 (2.108) より, 界面での生成スピン流は, lesser Green 関数 $C^<(\mathbf{r}, t; \bar{\mathbf{r}}, t')$ を計算することで求めることができることが示された.

2.3.3 界面での生成スピン流の摂動計算

続いて, 式 (2.108) 中の lesser Green 関数 $C^<(\mathbf{r}, t; \bar{\mathbf{r}}, t')$ を, 界面での交換相互作用 (2.98) の 1 次までで摂動展開する. ここでの議論は, 金属のスピン演算子 σ と磁性絶縁体のスピン演算子 S とがそれぞれ自由なフェルミオン (金属中の伝導電子) と自由なボソン (マグノン) で表すことができることを前

提としている^{*3}. $C^<(\mathbf{r}, t; \bar{\mathbf{r}}, t')$ の展開項を $\delta C^<(\mathbf{r}, t; \bar{\mathbf{r}}, t')$ とおくと,

$$\begin{aligned}
\delta C^<(\mathbf{r}, t; \bar{\mathbf{r}}, t') &= (-i) \langle \sigma^+(\mathbf{r}, t) S^-(\bar{\mathbf{r}}, t) \rangle^<, \\
&= (-i)^2 \frac{J_{\text{sd}}}{\hbar} \sum_j \int_C d\tau_1 \langle \sigma^+(\mathbf{r}, t) \sigma^-(\mathbf{r}_j, \tau_1) S^+(\mathbf{r}_j, \tau_1) S^-(\bar{\mathbf{r}}, t') \rangle^<, \\
&= (-i)^2 \frac{J_{\text{sd}}}{\hbar} \sum_j \sum_{\mathbf{r}', \bar{\mathbf{r}}'} \int_C d\tau_1 \left[\langle \sigma^+(\mathbf{r}, t) \sigma^-(\mathbf{r}', \tau_1) \rangle \langle S^+(\bar{\mathbf{r}}', \tau_1) S^-(\bar{\mathbf{r}}, t') \rangle \right]^< \delta_{\mathbf{r}', \mathbf{r}_j} \delta_{\bar{\mathbf{r}}', \mathbf{r}_j}, \\
&= \frac{J_{\text{sd}}}{\hbar} \sum_j \sum_{\mathbf{r}', \bar{\mathbf{r}}'} \int_C d\tau_1 \left[\chi(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', \tau_1) G(\bar{\mathbf{r}}', \tau_1; \bar{\mathbf{r}}, t') \right]^< \delta_{\mathbf{r}', \mathbf{r}_j} \delta_{\bar{\mathbf{r}}', \mathbf{r}_j}, \\
&= \frac{J_{\text{sd}}}{\hbar} \sum_j \sum_{\mathbf{r}', \bar{\mathbf{r}}'} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \\
&\quad \times \left[\chi^R(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t_1) G^<(\bar{\mathbf{r}}', t_1; \bar{\mathbf{r}}, t') + \chi^<(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t_1) G^A(\bar{\mathbf{r}}', t_1; \bar{\mathbf{r}}, t') \right] \delta_{\mathbf{r}', \mathbf{r}_j} \delta_{\bar{\mathbf{r}}', \mathbf{r}_j} \quad (2.109)
\end{aligned}$$

次に, $\chi(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t_1)$ と $G(\bar{\mathbf{r}}', t_1; \bar{\mathbf{r}}, t')$ について, それぞれ次に示す Wigner 変換を行う.

関数 $f(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t, t')$ について, 相対座標 $\delta \mathbf{r} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$, $\delta t = t - t'$ と重心座標 $\mathbf{R} = (\mathbf{r} + \mathbf{r}')/2$, $\bar{t} = (t + t')/2$ を用いて $f(\delta \mathbf{r}, \mathbf{R}, \delta t, \bar{t})$ と書き直す. 次に, $f(\delta \mathbf{r}, \mathbf{R}, \delta t, \bar{t})$ の δt と $\delta \mathbf{r}$ について Fourier 変換を行う:

$$f(\mathbf{k}, \mathbf{R}, \omega, \bar{t}) = \int_{-\infty}^{\infty} d\delta t d\delta \mathbf{r} f(\delta \mathbf{r}, \mathbf{R}, \delta t, \bar{t}) e^{-i(\mathbf{k} \cdot \delta \mathbf{r} - \omega \delta t)}. \quad (2.110)$$

$f(\mathbf{k}, \mathbf{R}, \omega, \bar{t})$ は $f(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t, t')$ の Wigner 表示であり, このような変換を Wigner 変換と呼ぶ [45].

本論文で, 時間についての Wigner 表示を用いる理由として, Wigner 表示を用いると時間について非定常となりうるスピンポンピングの定式化も行うことができることが挙げられる.

$\chi(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}', t_1)$ と $G(\bar{\mathbf{r}}', t_1; \bar{\mathbf{r}}, t')$ の Wigner 表示,

$$\chi_{\mathbf{k}}(\mathbf{R}, \omega_1, \bar{t}_{01}) = \int_{-\infty}^{\infty} d\delta t_{01} \int d(\delta \mathbf{r}) \chi(\delta \mathbf{r}, \mathbf{R}, \delta t_{01}, \bar{t}_{01}) e^{-i(\mathbf{k} \cdot \delta \mathbf{r} - \omega_1 \delta t_{01})}. \quad (2.111)$$

$$G_{\mathbf{q}}(\bar{\mathbf{R}}, \omega_2, \bar{t}_{10'}) = \int_{-\infty}^{\infty} d\delta t_{10'} \int d(\delta \bar{\mathbf{r}}) G(\delta \bar{\mathbf{r}}, \bar{\mathbf{R}}, \delta t_{10'}, \bar{t}_{10'}) e^{-i(\mathbf{q} \cdot \delta \bar{\mathbf{r}} - \omega_2 \delta t_{10'})}. \quad (2.112)$$

を導入する.

次に, 金属と磁性絶縁体それぞれは空間的に一様とする. このとき $\chi(\mathbf{k}, \omega_1, \bar{t}_{01})$ と $G(\mathbf{q}, \omega_2, \bar{t}_{10'})$ のように, χ と G の \mathbf{R} 依存性がなくなる.

式 (2.109) 及び, \mathbf{R} 依存性をなくした Wigner 表示 (2.112) と (2.112) を式 (2.108) に代入すると,

$$\begin{aligned}
I_S &= \left(\frac{J_{\text{sd}}}{\hbar} \right)^2 \frac{1}{N_N N_F} \text{Re} \left[\sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega_1 d\omega_2}{(2\pi)^2} e^{-i\omega_1 \delta t_{01}} e^{-i\omega_2 \delta t_{10'}}, \right. \\
&\quad \times \sum_{\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j} e^{i\mathbf{k} \cdot \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)} e^{-i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)} \\
&\quad \times \left. \left[\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega_1, \bar{t}_{01}) G_{\mathbf{q}}^<(\omega_2, \bar{t}_{10'}) + \chi_{\mathbf{k}}^<(\omega_1, \bar{t}_{01}) G_{\mathbf{q}}^A(\omega_2, \bar{t}_{10'}) \right] \right]_{t' \rightarrow 0}, \quad (2.113)
\end{aligned}$$

を得る.

$\sum_{\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j} e^{i\mathbf{k} \cdot \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)} e^{-i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)}$ について, 界面での格子点が少ないとして, 格子点の個数 N_{imp} に比例する項のみとりだすと, $\sum_{\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j} e^{i\mathbf{k} \cdot \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)} e^{-i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)} = \sum_{\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_j} 1 = N_{\text{imp}}$ を得る.

^{*3} このとき Wick の定理を使うことができる

t_1 積分を実行し、最終的に、界面での生成スピン流の式として

$$I_S = \left(\frac{J_{sd} N_{\text{imp}}}{\hbar} \right)^2 \frac{1}{N_N N_F} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \text{Re} \left[e^{-i\omega_1(t-t')} \right. \\ \left. \times [\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega, \bar{t}_{01}) G_{\mathbf{q}}^<(\omega, \bar{t}_{10'}) + \chi_{\mathbf{k}}^<(\omega, \bar{t}_{01}) G_{\mathbf{q}}^A(\omega, \bar{t}_{10'})] \right]_{t' \rightarrow t}, \quad (2.114)$$

を得る.

lesser 成分から Keldysh 成分への変換

生成スピン流の式 (2.114) の lesser 成分を, Keldysh 成分に変換する. lesser Green 関数 $C_{\mathbf{k}, \mathbf{q}}^<(t, t')$ の Wigner 表示,

$$C^<(\omega, \bar{t}) = \int_{-\infty}^{\infty} d\delta t C^<(\delta t, \bar{t}) e^{i\omega \delta t}. \quad (2.115)$$

について, 前節で示した $C^< = \frac{1}{2}[C^K - C^R + C^A]$ から,

$$C^<(\omega, \bar{t}) = \frac{1}{2}[C^K(\omega, \bar{t}) - C^R(\omega, \bar{t}) + C^A(\omega, \bar{t})], \quad (2.116)$$

を得る.

また, $C^R(t, t') = (C^A(t', t))^*$ が成り立つことから,

$$\begin{aligned} C^R(\omega, \bar{t}) &= \int_{-\infty}^{\infty} d\delta t C^R(\delta t, \bar{t}) e^{i\omega \delta t}, \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} d\delta t [C^A(-\delta t, \bar{t})]^* e^{i\omega \delta t}, \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} d\delta t [C^A(\delta t, \bar{t})]^* e^{-i\omega \delta t}, \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} d\delta t [C^A(\delta t, \bar{t}) e^{i\omega \delta t}]^*, \\ &= [C^A(\omega, \bar{t})]^* \end{aligned} \quad (2.117)$$

が示される. 式 (2.115) から式 (2.117) をまとめると,

$$C^<(\omega, \bar{t}) = \frac{1}{2}[C^K(\omega, \bar{t}) - 2i\text{Im}C^R(\omega, \bar{t})], \quad (2.118)$$

が得られる.

式 (2.118) に従うと, $\chi^<$ と $G^<$ について,

$$\chi_{\mathbf{k}}^<(\omega, \bar{t}_{01}) = \frac{1}{2}[\chi_{\mathbf{k}}^K(\omega, \bar{t}_{01}) - 2i\text{Im}\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega, \bar{t}_{01})], \quad (2.119)$$

$$G_{\mathbf{q}}^<(\omega, \bar{t}_{01}) = \frac{1}{2}[G_{\mathbf{q}}^K(\omega, \bar{t}_{01}) - 2i\text{Im}G_{\mathbf{q}}^R(\omega, \bar{t}_{01})], \quad (2.120)$$

となる. そこで, 式 (2.120) と (2.120) を (2.114) に代入し, $t' \rightarrow t$ の極限をとると, 実部の部分は

$$\begin{aligned} &\text{Re} \left[\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega, \bar{t}_{01}) G_{\mathbf{q}}^<(\omega, \bar{t}_{10}) + \chi_{\mathbf{k}}^<(\omega, \bar{t}_{01}) G_{\mathbf{q}}^A(\omega, \bar{t}_{10}) \right], \\ &= \frac{1}{2} \text{Re} \left[\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega, \bar{t}_{01}) G_{\mathbf{q}}^K(\omega, \bar{t}_{10}) + \chi_{\mathbf{k}}^K(\omega, \bar{t}_{01}) G_{\mathbf{q}}^A(\omega, \bar{t}_{10}) \right], \\ &- \text{Re} \left[i\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega, \bar{t}_{01}) \text{Im}G_{\mathbf{q}}^R(\omega, \bar{t}_{10}) + i\text{Im}\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega, \bar{t}_{01}) G_{\mathbf{q}}^A(\omega, \bar{t}_{10}) \right], \end{aligned} \quad (2.121)$$

と計算される。ここで第二項は、

$$\begin{aligned} & -\operatorname{Re}\left[\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega, \bar{t}_{01})\operatorname{Im}G_{\mathbf{q}}^R(\omega, \bar{t}_{10}) + \operatorname{Im}\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega, \bar{t}_{01})G_{\mathbf{q}}^A(\omega, \bar{t}_{10})\right], \\ & = \operatorname{Im}\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega, \bar{t}_{01})\operatorname{Im}G_{\mathbf{q}}^R(\omega, \bar{t}_{10}) + \operatorname{Im}\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega, \bar{t}_{01})\operatorname{Im}G_{\mathbf{q}}^A(\omega, \bar{t}_{10}), \\ & = 0, \end{aligned} \quad (2.122)$$

より、生成スピン流に寄与しない。ここで (2.117) から $\operatorname{Im}C^R = -\operatorname{Im}C^A$ を用いた。

よって、磁性絶縁体/金属で生成されるスピン流は、

$$I_S = \left(\frac{J_{\text{sd}}}{\hbar}\right)^2 \frac{N_{\text{imp}}}{2N_{\text{N}}N_{\text{F}}} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \operatorname{Re}\left[\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega, \bar{t})G_{\mathbf{q}}^K(\omega, \bar{t}) + \chi_{\mathbf{k}}^K(\omega, \bar{t})G_{\mathbf{q}}^A(\omega, \bar{t})\right], \quad (2.123)$$

と表される。ここで、 $t' = t$ で $\bar{t}_{01} = \bar{t}_{10'}$ より、 $\bar{t}_{01} = \bar{t}_{10'} = \bar{t}$ とおいた。

2.3.4 金属へ注入されるスピン流と Green 関数の成分との関係

式 (5.23) より、磁性絶縁体/金属二層構造の界面において、金属に注入されるスピン流は、磁性絶縁体の局在スピンの相関関数と、金属の伝導電子スピン密度の相関関数の積の、Keldysh 成分をとったものの実部として定式化されることが示される。このように、生成スピン流が、磁性絶縁体及び金属のスピン相関関数を用いて表現されるという点が、微視的な定式化の特徴であり、利点でもある。物質パラメタや多体効果の情報は、これらスピン相関関数の中に含まれる。また非平衡 Green 関数法では、熱流などの効果は、スピン相関関数の各成分 (遅延, 先進, Keldysh) 間に成立する関係式に反映される。

最後に、系全体が熱平衡状態にある時、スピン流の式 (5.23) が消失することを示す。系全体が熱平衡状態にある時、系は時間的に定常状態にある。これは、Wigner 表示でいうと、

$$\frac{\partial G(\omega, \bar{t})}{\partial \bar{t}} = 0 \quad (2.124)$$

と表される。この時、スピン流の式 (5.23) は、

$$I_S = \left(\frac{J_{\text{sd}}}{\hbar}\right)^2 \frac{N_{\text{imp}}}{2N_{\text{N}}N_{\text{F}}} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \operatorname{Re}\left[\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega)G_{\mathbf{q}}^K(\omega) + \chi_{\mathbf{k}}^K(\omega)G_{\mathbf{q}}^A(\omega)\right], \quad (2.125)$$

と書き表される。

さらに、熱平衡状態においては、Green 関数の Keldysh 成分と遅延成分の間に、Fermion と Boson それぞれについて以下のような関係式が成立することが知られている [47] :

$$\begin{aligned} G_{F, \mathbf{p}}^K(\omega) &= 2i\operatorname{Im}G_{\mathbf{p}}^R(\omega)(1 - 2n_F(\omega)), \\ &= 2i\operatorname{Im}G_{\mathbf{p}}^R(\omega)\tanh(\beta(\hbar\omega - \mu)). \end{aligned} \quad (2.126)$$

$$\begin{aligned} G_{B, \mathbf{p}}^K(\omega) &= 2i\operatorname{Im}G_{\mathbf{p}}^R(\omega)(1 + 2n_B(\omega)), \\ &= 2i\operatorname{Im}G_{\mathbf{p}}^R(\omega)\coth(\beta(\hbar\omega - \mu)). \end{aligned} \quad (2.127)$$

式 (2.126) と (2.127) は、相関関数を表す Keldysh 成分と応答関数を表す遅延成分が分布関数を通して結びつく主張する関係式で、揺動散逸関係式の帰結とも言える [47]^{*4}。

^{*4} 熱平衡状態で Green 関数の Keldysh 成分は遅延成分で表す事ができる。このため「熱平衡状態」に限ると Green 関数の

そのため、磁性絶縁体の温度 T_F と金属の温度 T_M が同じとすると、

$$\begin{aligned} & \text{Re} \left[\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega) G_{\mathbf{q}}^K(\omega) + \chi_{\mathbf{k}}^K(\omega) G_{\mathbf{q}}^A(\omega) \right] \\ &= \text{Im} \chi_{\mathbf{k}}^R(\omega) \text{Im} G_{\mathbf{q}}^R(\omega) \left[\coth \left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T_F} \right) - \coth \left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T_M} \right) \right], \\ &= 0 \end{aligned} \tag{2.128}$$

から、スピン流が消失することが示される。これは、系が熱平衡状態にある時、磁性絶縁体/金属の界面でスピン流が生成しないことを意味している。

一方で、3章で議論するスピンプンピングにおいては交流磁場によって、また4章で議論するスピントラップ効果においては温度勾配によって、そして5章では交流磁場と温度勾配両方によって、それぞれ外部から系にエネルギーが供給されており非平衡状態が実現している。詳細な計算は各章にてまとめられている。

2.4 本章のまとめ

本章では、スピンプンピングやスピントラップ効果の定式化の要となる、磁性絶縁体/金属の界面における生成スピン流の線形応答理論の計算に用いる非平衡 Green 関数法をまとめた。まず、非平衡 Green 関数法の基礎をまとめ、摂動計算に必要な各種定理や計算の手順を示した。次に、非平衡 Green 関数法を用いて、磁性絶縁体/金属の界面において生成されるスピン流の式を導出し、スピン流が、磁性絶縁体の局在スピンの横相関関数と、金属の伝導電子スピンの横相関関数の積の Keldysh 成分をとったものとして得られることを示した。そして、導いたスピン流の式から、磁性絶縁体と金属の接合系において熱平衡状態が実現していると、金属へ注入されるスピン流が消失することを示し、スピン流が生成されるためには系において非平衡状態が実現している必要があることを導いた。

計算には遅延成分の情報だけが必要になる。これは、熱平衡状態を仮定する松原 Green 関数法の枠内では、スペクトル関数のみ計算でき、分布関数は、熱平衡状態での分布関数を利用するか、もしくは Liouville von Neumann 方程式のように別の枠組みから決定せざるをえない、ということの意味している。言い換えると、非平衡 Green 関数法とは、構成粒子の分布関数 (lesser, greater または Keldysh 成分) とスペクトル関数 (遅延成分) を同じ理論の枠内で評価できる手法であると言える。

第 3 章

キュリー温度近傍にある遍歴磁性金属への増強された直流スピンプンピング

第 2 章で導出した生成スピン流の式を基に，本章では，交流磁場の照射によるスピンプンピングの定式化を行う．そして，金属におけるスピン揺らぎや帯磁率が，生成スピン流に与える影響を解析する．まず，キュリー温度 (T_C) 近傍にある遍歴強磁性体をスピン流を受け取る金属として用いた時，強磁性絶縁体と遍歴強磁性体の界面で定義されるスピコンダクタンスがスピン揺らぎによって増強されるため，スピンプンピングが大きく増加する．例として，本章では，ニッケルパラジウム合金 ($T_C \simeq 20\text{K}$) へのスピンプンピングの増強を自己無撞着な繰り込み理論 (SCR 理論)[51] を用いて解析し，およそ 10 倍の増強効果が可能であることを予言する．

なお，この章の内容の一部は，既に文献 [52] によって出版されている．

3.1 従来のスピンプンピングの理論研究との比較

従来のスピンプンピングの理論研究と異なり，本研究は系の詳細によらない一般的なスピンプンピングの理論の構築を目指したものである．元々「スピンプンピング」は，メゾスコピック系における断熱的な電荷ポンピングの理論 [44] との類推から定式化された [24]．文献 [24] にて，スピンプンピングの効率は「スピンミキシングコンダクタンス」と呼ばれる量 $g^{\uparrow\downarrow}$ で特徴付けられ，その値は Landauer-Büttiker の方法と第一原理計算を組み合わせることで求められた [28]．しかし， $g^{\uparrow\downarrow}$ の持つ物理的な意味や，その微視的な起源は，従来の研究では明瞭には示されてこなかった [24]．

本章で用いる線形応答理論と非平衡 Green 関数法を組み合わせる手法は，非平衡現象を記述するだけでなく [46, 47, 48, 49]，場の理論の手法と組み合わせることで多体効果を微視的に扱うことを可能にするという利点を持っている [45] 強力な理論的枠組である．よって，非平衡 Green 関数法に基づくスピンプンピング現象の定式化により，スピン流生成の微視的な描像が解明されることが期待される．

以下の節では，スピンプンピングによる生成スピン流を，線形応答理論と非平衡 Green 関数法を組み合わせる手法に基づいて実際に計算し，その微視的な式を導く．得られた式によると，スピンプンピングの効率は，金属の動的スピン帯磁率の虚部に比例することが示される．その後，この微視的な式を元に，スピンプンピングにおける生成スピン流を増大させる方法として，金属をキュリー温度 T_C 近くにある遍歴強磁性体に置き換える方法を提案し，生成スピン流の見積もりを行う．

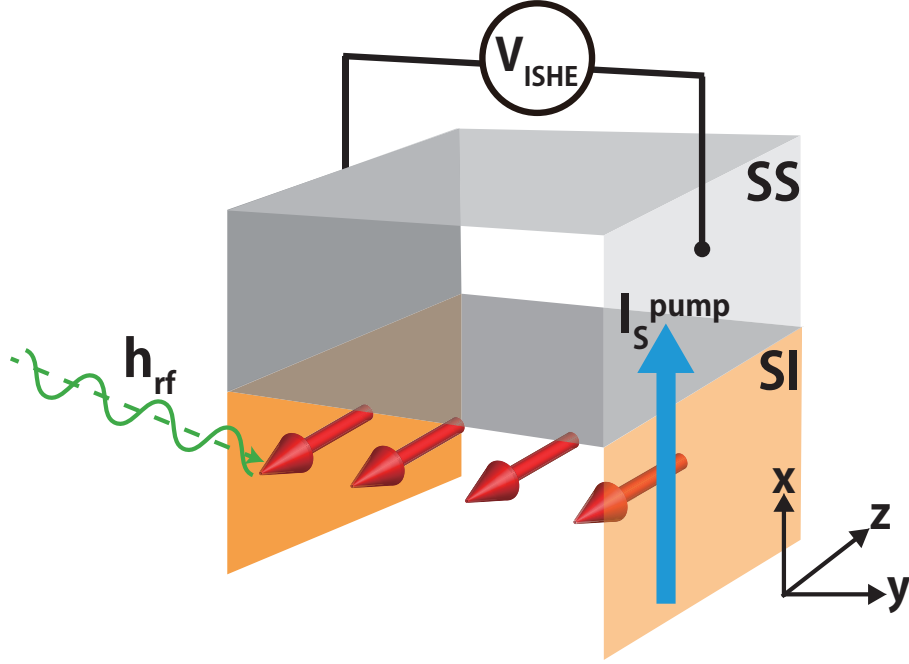


図 3.1 交流磁場によるスピンプンピングの模式図。スピン流を注入する強磁性絶縁体 (SI) と、スピン流を注入される金属 (SS) の二層構造が、静的な外部磁場 \mathbf{H}_0 下に置かれている。ここで、緑色の波線は、強磁性絶縁体における局在スピンの歳差運動を誘起するために外部から照射した、交流磁場 \mathbf{h}_{rf} を表している。

3.2 計算のモデル

スピンプンピングの定式化を行うため、図 (3.1) に示したように、歳差運動する局在スピンのいるスピン注入体 (SI) と、SI に接合したスピン吸収体 (SS) からなる二層構造をモデルとして用いる。スピンプンピングが SI/SS 界面での電荷の移動を伴わないため、SI として強磁性金属や強磁性絶縁体を用いることができる。しかし、ここでは議論を簡潔にするため、SI として強磁性絶縁体を用いた場合を考察する。SS としては、スピン軌道相互作用が十分大きく、逆スピンホール効果 [12] によってスピン流が測定できる金属を想定する。

以下の様なハミルトニアンを考える。

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{\text{SS}} + \mathcal{H}_{\text{SI}} + \mathcal{H}_{\text{sd}} + \mathcal{H}_{\text{rf}}, \quad (3.1)$$

ここで、第一項 [53]

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{SS}} = & \sum_{\mathbf{p}} \epsilon_{\mathbf{p}} c_{\mathbf{p}}^{\dagger} c_{\mathbf{p}'} + U \sum_i n_{i\uparrow} n_{i\downarrow} \\ & + \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} c_{\mathbf{p}}^{\dagger} V_{\mathbf{p}-\mathbf{p}'} \left[1 + i\eta_{\text{so}} \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} \times \mathbf{p}') \right] c_{\mathbf{p}'}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

は SS を記述するハミルトニアンを意味する。ここでは、SS が弱い遍歴強磁性体である場合に注目しているので、オンサイト型のクーロン相互作用を伴う遍歴強磁性体のモデル [53] を使用する。ここで、

$c_{\mathbf{p}}^{\dagger} = (c_{\mathbf{p},\uparrow}^{\dagger}, c_{\mathbf{p},\downarrow}^{\dagger})$ は、スピン \uparrow と \downarrow を持つ電子の生成・消滅演算子を表す。また、 $\epsilon_{\mathbf{p}}$ は電子の運動エネルギーを、 U は、斥力となるオンサイト・クーロン相互作用をそれぞれ表す。 $n_{i,\sigma} = c_{i,\sigma}^{\dagger} c_{i,\sigma}$ は、位置 \mathbf{r}_i のスピン空間に射影された電荷密度を表している。ここで、 N_{SS} を SS 中の格子点の数とすると、 $c_{i,\sigma} = N_{\text{SS}}^{-1/2} \sum_{\mathbf{p},\sigma} c_{\mathbf{p}} e^{i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}_i}$ と表される。さらに、運動エネルギー項とクーロン相互作用項に加えて、不純物の少ない弱い遍歴強磁性体を記述するために、不純物ポテンシャル $V_{\text{imp}} \sum_{\mathbf{r}_{\text{imp}} \in \text{impurities}} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{\text{imp}})$ を Fourier 変換した $V_{\mathbf{p}-\mathbf{p}'}$ という項で、不純物の効果を取り入れる。ここで、 η_{so} はスピン軌道相互作用の強さを表す [54]。

第 2 項の

$$\mathcal{H}_{\text{SI}} = -J_{\text{ex}} \sum_{(i,j) \in \text{SI}} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j + \gamma \hbar \sum_{i \in \text{SI}} H_0 S_i^z, \quad (3.3)$$

は、SI を記述するハミルトニアンを表す。ここで、 J_{ex} は最近接の交換積分を、 \mathbf{S}_i は位置 \mathbf{r}_i にあるスピン演算子を、 γ は磁気回転比を、そして H_0 は z 方向に印加された静磁場をそれぞれ表す。式 (3.1) 中の第 3 項、

$$\mathcal{H}_{\text{sd}} = J_{\text{sd}} \sum_{i \in \text{SI/SS-interface}} \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{S}_i, \quad (3.4)$$

は、第 2 章で議論した、SI と SS の接合界面における s - d 型の交換相互作用を表す。最後に、式 (3.1) の最後の項、

$$\mathcal{H}_{\text{rf}} = \gamma \hbar \mathbf{h}_{\text{rf}} \cdot \left(\sum_{i \in \text{SI}} \mathbf{S}_i \right), \quad (3.5)$$

は、交流磁場 $\mathbf{h}_{\text{rf}}(t)$ が SI に与える効果を記述している。ここで、交流磁場の波長は接合系の寸法よりも長い場合、交流磁場は空間的に一様であると近似する。

なお、ここでは、交流磁場 $\mathbf{h}_{\text{rf}}(t)$ として

1. 円偏光の交流磁場

$$\mathbf{h}_{\text{rf}}(t) = h_{\text{rf}} \cos(\Omega_{\text{rf}} t) \hat{\mathbf{x}} - h_{\text{rf}} \sin(\Omega_{\text{rf}} t) \hat{\mathbf{y}},$$

2. 直線偏光の交流磁場

$$\mathbf{h}_{\text{rf}}(t) = h_{\text{rf}} \cos(\Omega_{\text{rf}} t) \hat{\mathbf{x}},$$

の二通りの場合を考察する。

3.3 直流スピンプンピングの線形応答理論に基づく定式化

この節では、第 2 章で示した非平衡 Green 関数法を用いて、スピンプンピングの線形応答理論に基づく定式化を行う。この節の主な目的は 2 つある。まず、交流磁場を与えたことにより、時間的に非定常状態となった強磁性絶縁体の Green 関数の各成分を示すことと、次に、多体効果がスピンプンピングに与える影響を考慮にいった理論的な枠組みを示すことである。したがって、スピン吸収体の膜厚が、伝導電子のスピン拡散長と同程度（ただし、スピン吸収体のマグノンの拡散長よりは十分短いとする）であるようなスピン吸収体を想定することで、スピン吸収体が伝導電子が運ぶスピン流にとって完全な吸収体として働くような状況を考える。スピンプンピングは、スピン吸収体へのスピン流注入 [12, 55] の存在と、磁化が歳差運動するスピン注入体の付加的な Gilbert 緩和項 [24, 26] の存在の、両方として顕在化する。

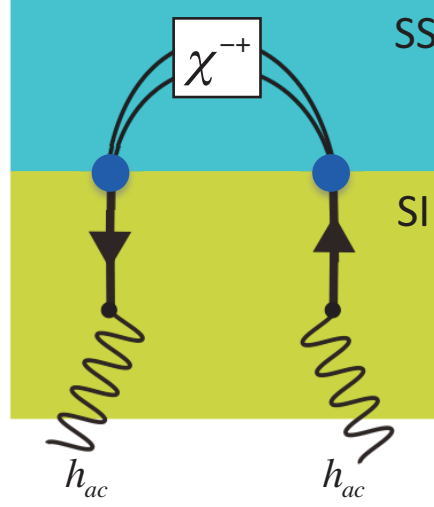


図 3.2 直流スピンプンピングの物理過程を表す Feynman ダイアグラムを示した図。ここで、赤と黒の実線は、金属中の伝導電子及び強磁性絶縁体中の一様モードのマグノンの Green 関数をそれぞれ表している。遍歴電子スピンの横帯磁率 $\chi_k(\omega)$ は、電子・ホール対の伝搬関数として定義されている。緑の波線は、交流磁場 h_{rf} を表している。

まず、SS へ注入されるスピン流を計算する。ここで、直流スピン流に着目するので、注入されるスピン流 I_s^{pump} は、SI 中の歳差運動する磁化の軸 (z 軸とする) に沿って偏極しているとする。第 2 章で導いた生成スピン流の式 (2.123) を再掲する：

$$I_s = \left(\frac{J_{\text{sd}}}{\hbar} \right)^2 \frac{N_{\text{imp}}}{2N_{\text{N}}N_{\text{F}}} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \text{Re} \left[\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega, \bar{t}) G_{\mathbf{q}}^K(\omega, \bar{t}) + \chi_{\mathbf{k}}^K(\omega, \bar{t}) G_{\mathbf{q}}^A(\omega, \bar{t}) \right]. \quad (3.6)$$

この節で、式 (3.6) の右辺を評価する。まず、交流磁場下にある強磁性絶縁体のスピン相関関数 G を評価するために、交流磁場に対して無摂動なスピン相関関数を、スピン波近似を用いて計算する。

3.3.1 交流磁場に対して無摂動な強磁性絶縁体のスピン相関関数

交流磁場及び界面相互作用に対して無摂動な、SI のハミルトニアンを以下のように表す：

$$\mathcal{H}_{\text{SI}} = -J_{\text{ex}} \sum_{\langle i, j \rangle \in \text{SI}} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j + \gamma \hbar \sum_{i \in \text{SI}} H_0 S_i^z. \quad (3.7)$$

スピンプンピングにおいては、振動数が GHz 程度の交流磁場 ($\Omega_{\text{rf}} \sim \text{GHz}$) を用いるので、SI 中の低エネルギー励起にのみ着目し、スピン波近似を用いる。マグノンの生成消滅演算子を b_i^\dagger 及び b_i と定義し、Holstein-Primakoff 変換 [56] を行い、スピンの大きさ S_0 について 0 次まで展開する：

$$S_i^x + iS_i^y = \sqrt{2S_0} b_i, \quad (3.8)$$

$$S_i^x - iS_i^y = \sqrt{2S_0} b_i^\dagger. \quad (3.9)$$

式 (3.7) は以下のように対角化される：

$$\mathcal{H}_{\text{SI}} = \hbar \sum_{\mathbf{q}} \omega_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}}^\dagger b_{\mathbf{q}}, \quad (3.10)$$

ここで、マグノンの固有エネルギーを $\hbar\omega_{\mathbf{q}} = 2J_{\text{ex}}z_0S_0(1 - \gamma_{\mathbf{q}}) + g\mu_B H_0$ と表す. $\gamma_{\mathbf{q}}$ は $\gamma_{\mathbf{q}} = z_0^{-1} \sum_{\delta} e^{i\mathbf{q} \cdot \delta}$ とかけられ, z_0 は最近接格子数, δ は最近接格子の位置ベクトルを表す.

スピン相関関数をマグノンの生成消滅演算子で表すと,

$$(-i) \langle T_C S_i^+(t) S_j^-(t') \rangle = (-i) 2S_0 \langle T_C a_i(t) a_j^\dagger(t') \rangle \quad (3.11)$$

と表される.

マグノン演算子を以下の様に波数表示する:

$$a_{\mathbf{q}} = \frac{1}{\sqrt{N_F}} \sum_i a_i e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_i}, \quad (3.12)$$

$$a_{\mathbf{q}}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{N_F}} \sum_i a_i^\dagger e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_i}, \quad (3.13)$$

$$(3.14)$$

この式を代入すると, スピン相関関数は,

$$(-i) \langle T_C S_{\mathbf{q}}^+(t) S_{\mathbf{q}}^-(t') \rangle = (-i) 2S_0 \langle T_C a_{\mathbf{q}}(t) a_{\mathbf{q}}^\dagger(t') \rangle \quad (3.15)$$

と表される. このとき右辺の量 $\mathcal{G}_{\mathbf{q}}^0(t, t') = (-i) 2S_0 \langle T_C a_{\mathbf{q}}(t) a_{\mathbf{q}}^\dagger(t') \rangle$ をマグノンの Green 関数と呼ぶ. 強磁性体にスピン波近似を行うと, (横) スピン相関関数はマグノンの Green 関数と一致する.

ハミルトニアン (3.7) から求められる $\mathcal{G}_{\mathbf{q}}^0(\omega)$ は「交流磁場や, ハミルトニアン (3.7) に含まれていない相互作用は考慮されていない」という意味での無摂動なマグノンの Green 関数を表す. その遅延成分 $\mathcal{G}_{\mathbf{q}}^{0,R}(\omega)$ を計算すると,

$$\mathcal{G}_{\mathbf{q}}^{0,R}(\omega) = \frac{2S_0}{\omega - \omega_{\mathbf{q}} + i\delta} \quad (3.16)$$

と表される. ここで $\delta > 0$ は無限小の正の定数を表す.

マグノンの内因的な Gilbert 緩和項

こうしたマグノンは, 一般に, マグノン・フォノン相互作用 [57] や双極子相互作用 [58, 59] から, 繰り込まれた固有エネルギーや Gilbert 緩和項を得る. こうした繰り込みの効果は, マグノンの自己エネルギー $\Sigma_{\mathbf{q}}^R(\omega)$ を通して Green 関数に含まれる. 繰り込まれたマグノンの Green 関数の遅延成分を $\mathcal{G}_{\mathbf{q}}^R(\omega)$ と定義する. $\mathcal{G}_{\mathbf{q}}^R(\omega)$ は, $\Sigma_{\mathbf{q}}^R(\omega)$ を用いて,

$$\mathcal{G}_{\mathbf{q}}^R(\omega) = \mathcal{G}_{\mathbf{q}}^{0,R}(\omega) + \mathcal{G}_{\mathbf{q}}^{0,R}(\omega) \Sigma_{\mathbf{q}}^R(\omega) \mathcal{G}_{\mathbf{q}}^R(\omega), \quad (3.17)$$

$$= \frac{1}{[\mathcal{G}_{\mathbf{q}}^{0,R}(\omega)]^{-1} - \Sigma_{\mathbf{q}}^R(\omega)}, \quad (3.18)$$

と Dyson 方程式から求められる.

ここで $\Sigma_{\mathbf{q}}^R(\omega)$ の実部を無視する. これは, マグノンの固有エネルギーへの繰り込みを無視することに対応する. $\Sigma_{\mathbf{q}}^R(\omega)$ の虚部について「ボース粒子の自己エネルギーの虚部が, 周波数の 1 次から展開される」[60] ことを利用すると, $\mathcal{G}_{\mathbf{q}}^R(\omega)$ は

$$\mathcal{G}_{\mathbf{q}}^R(\omega) = \frac{2S_0}{\omega - \omega_{\mathbf{q}} + i\alpha_{\mathbf{q}}\omega} \quad (3.19)$$

と書き下される. ここで, $\alpha_{\mathbf{q}} = -(2S_0) \lim_{\omega \rightarrow 0} \text{Im} \Sigma_{\mathbf{q}}^R(\omega) / \omega$ とする. 以下, $\alpha_{\mathbf{q}}$ の波数依存性を無視する ($\alpha_{\mathbf{q}} \rightarrow \alpha$) [40].

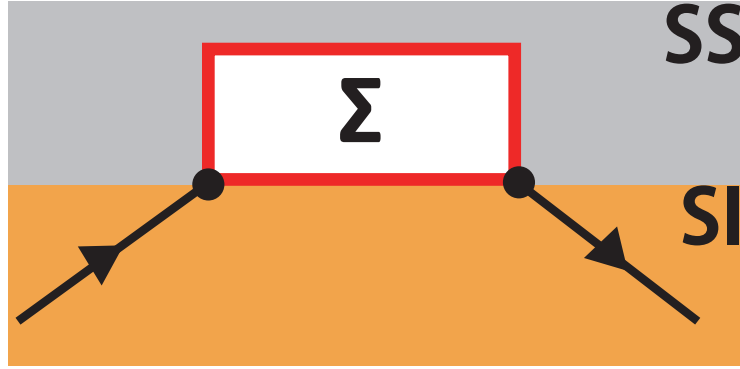


図 3.3 強磁性絶縁体における一様モードのマグノンの、界面相互作用が繰り込まれた Green 関数 $g_{q=0}^R(\omega)$ と、対応する自己エネルギー $\Sigma_0^R(\omega)$ の Feynman ダイアグラムを表した図。ここで、黒の矢印は界面相互作用が繰り込まれていないマグノンの Green 関数 $g_{q=0}^{(0),R}(\omega)$ を表している。

隣接する金属による、マグノンの外因的な Gilbert 緩和項

次に、金属を接合したことによって、強磁性絶縁体中のマグノンが獲得する外因的な Gilbert 緩和項を、 $G_q^R(\omega)$ を界面相互作用に対して摂動計算することで求める。界面相互作用から得られる自己エネルギーを $\Sigma_q(\omega)$ とし、 $\Sigma_q(\omega)$ を繰り込んだマグノン Green 関数を $g_q(\omega)$ とする。このとき、 $g_q(\omega)$ の遅延成分 $g_q^R(\omega)$ についての Dyson 方程式は、

$$g_q^R(\omega) = \frac{1}{G_q^R(\omega)^{-1} - \Sigma_q^R(\omega)} \quad (3.20)$$

と表される。^{*1}

ここで、 $\Sigma_q^R(\omega)$ のファインマン・ダイアグラムを図に示した。 $\Sigma_q^R(\omega)$ は、

$$\Sigma_q^R(\omega) = -\frac{J_{sd}^2 N_{\text{int}}}{\hbar^2 N_{\text{SI}}} \frac{1}{N_{\text{SS}}} \sum_{\mathbf{k}} \chi_{\mathbf{k}}^R(\omega), \quad (3.21)$$

と表され、その実部と虚部は、

$$\text{Re}\Sigma_q^R(\omega) = -\frac{J_{sd}^2 N_{\text{int}}}{\hbar^2 N_{\text{SI}}} \frac{1}{N_{\text{SS}}} \sum_{\mathbf{k}} \text{Re}\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega), \quad (3.22)$$

$$\text{Im}\Sigma_q^R(\omega) = -\frac{J_{sd}^2 N_{\text{int}}}{\hbar^2 N_{\text{SI}}} \frac{1}{N_{\text{SS}}} \sum_{\mathbf{k}} \text{Im}\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega), \quad (3.23)$$

と表される。

本章では強磁性共鳴条件における生成スピン流に着目するので、自己エネルギーの実部 (3.22) を無視

^{*1} Dyson 方程式を用いることで Keldysh 成分も同様に求めることができる。ただし、ここで議論している Green 関数 $g_q^R(\omega)$ は「交流磁場と界面相互作用に対しては無摂動な Green 関数」であり、熱平衡状態において Green 関数が満たす関係式が成り立つ。すなわち $g_q^K(\omega) = 2i\text{Im}g_q^R(\omega) \coth(\hbar\omega/2k_B T)$ が成立する。同時に、自己エネルギーの遅延成分と Keldysh 成分の間にも $W_q^K(\omega) = 2i\text{Im}W_q^R(\omega) \coth(\hbar\omega/2k_B T)$ と $\Sigma_q^K(\omega) = 2i\text{Im}\Sigma_q^R(\omega) \coth(\hbar\omega/2k_B T)$ が成り立つ。以上より、Keldysh 成分は遅延成分でかけられるので、ここでは Keldysh 成分を露わに書き下さない。

し、虚部 (3.23) のみ着目する。繰り込まれたマグノン Green 関数の遅延成分は、

$$g_{\mathbf{q}}^R(\omega) = \frac{2S_0}{\omega - \omega_{\mathbf{q}} + i(\alpha + \delta\alpha_{\text{SP}})\omega} \quad (3.24)$$

と得られる。ただし、

$$\delta\alpha_{\text{SP}} = -\frac{2S_0}{\omega} \text{Im}\Sigma_{\mathbf{q}}^R(\omega), \quad (3.25)$$

とした。

こうして、SI における、交流磁場に対して無摂動なスピン相関関数をスピン波近似を用いて表すことができた。

3.3.2 交流磁場下にある強磁性絶縁体のスピン相関関係

次に、ダイアグラムを用いた、交流磁場 h_{rf} に関する摂動展開を行って、SI 中の局在スピン相関関数である $G_{\mathbf{q}}^K(\omega, \bar{t}_2)$ を評価する。

交流磁場とスピンの横成分の相互作用は、以下のように書き下される：

$$H_{\text{rf}} = \sqrt{N_{\text{F}}} \frac{\hbar\gamma}{2} [h_{\text{rf}}^-(t) S_{\mathbf{q}=0}^+(t) + h_{\text{rf}}^+(t) S_{\mathbf{q}=0}^-(t)]. \quad (3.26)$$

ここで、交流磁場の横成分 $h_{\text{rf}}^{\pm} = h_{\text{rf}}^x \pm i h_{\text{rf}}^y$ を用いた。交流磁場 $h_{\text{rf}}(t)$ の、Keldysh 経路上での相関関数 $H(\tau, \tau')$ を以下のように定義する：

$$H_{\mu\nu}(\tau, \tau') = (-i) \langle T_C h_{\text{rf}}^{\mu}(\tau) h_{\text{rf}}^{\nu}(\tau') \rangle. \quad (3.27)$$

ここで、 μ と ν は $\mathbf{h}_{\text{rf}}(t)$ の成分 (x, y, z) を表している。

交流磁場の相関関数 $H(\tau, \tau')$ と、SI の交流磁場を含まないハミルトニアンから得られるスピン相関関係 $g_{\mathbf{q}}(\tau, \tau')$ を用いて、SI のスピン相関関係 $G_{\mathbf{q}}(\tau, \tau')$ の Dyson 方程式は、第 2 章から以下のように表される：

$$G_{\mathbf{q}}^{R,A}(t_1, t_2) = g_{\mathbf{q}}^{R,A}(t_1, t_2) + N_{\text{F}} \left(\frac{\hbar\gamma}{2\hbar} \right)^2 \delta_{\mathbf{q}} \int_{-\infty}^{\infty} dt_3 dt_4 g_0^{R,A}(t_1, t_3) H_{+-}^{R,A}(\tau_3, \tau_4) G_0^{R,A}(\tau_4, t_2) \quad (3.28)$$

$$G_{\mathbf{q}}^K(t_1, t_2) = g_{\mathbf{q}}^K(t_1, t_2) + \int_{-\infty}^{\infty} dt_3 dt_4 \left[g_{\mathbf{q}}^R(t_1, t_3) \Sigma_{\mathbf{q}}^R(t_3, t_4) G_{\mathbf{q}}^K(t_4, t_2) \right. \\ \left. + g_{\mathbf{q}}^R(t_1, t_3) \Sigma_{\mathbf{q}}^K(t_3, t_4) G_{\mathbf{q}}^A(t_4, t_2) + g_{\mathbf{q}}^K(t_1, t_3) \Sigma_{\mathbf{q}}^A(t_3, t_4) G_{\mathbf{q}}^A(t_4, t_2) \right]. \quad (3.29)$$

ここで、 $H^{+-}(t, t')$ は、 c 数である $h_{\text{rf}}(t)$ と $h_{\text{rf}}(t')$ の相関関数であるため、その交換子は 0 となる。つまり、遅延と先進成分は、

$$H_{+-}^R(t, t') = 0, \quad (3.30)$$

$$H_{+-}^A(t, t') = 0, \quad (3.31)$$

のように 0 となる。そのため、 $G_{\mathbf{q}}(t_1, t_2)$ の遅延及び先進成分は、

$$G_{\mathbf{q}}^R(t_1, t_2) = g_{\mathbf{q}}^R(t_1, t_2), \quad (3.32)$$

$$G_{\mathbf{q}}^A(t_1, t_2) = g_{\mathbf{q}}^A(t_1, t_2) \quad (3.33)$$

と表され、交流磁場による補正が入らないことが示される。

一方で, $H_{+-}^K(\tau, \tau')$ の Keldysh 成分は, 以下に示すように有限となる. そのため, $G_{\mathbf{q}}(t_1, t_2)$ の Keldysh 成分は,

$$G_{\mathbf{q}}^K(t_1, t_2) = g_{\mathbf{q}}^K(t_1, t_2) + N_F \left(\frac{\gamma}{2} \right)^2 \delta_{\mathbf{q}} \int_{-\infty}^{\infty} dt_3 dt_4 [g_0^R(t_1, t_3) H_{+-}^K(t_3, t_4) g_0^A(t_4, t_2)] \quad (3.34)$$

と書き下される.

上述した SI のスピン相関関係の各成分について, Wigner 表示を書き下す. 第二章の結果すなわち,

$$\begin{aligned} G_{\mathbf{q}}^i(\omega, \bar{t}_{12}) &= g_{\mathbf{q}}^i(\omega, \bar{t}_{12}) + \int_{\omega_1, \omega_2} e^{-i(\omega_1 - \omega_2)\bar{t}_{12}} \sum_{jkl} \int_{\delta t_{12}, \delta t_{34}, \bar{t}_{34}} g_{\mathbf{q}}^j(\omega_1, \bar{t}_{13}) \Sigma_{\mathbf{q}}^k(\delta t_{34}, \bar{t}_{34}) G_{\mathbf{q}}^l(\omega_2, \bar{t}_{42}) \\ &\times e^{i(2\omega - \omega_1 - \omega_2)\delta t_{12}/2} e^{i(\omega_1 - \omega_2)\bar{t}_{34}} e^{i(\omega_1 + \omega_2)\delta t_{34}/2}, \end{aligned} \quad (3.35)$$

を適用する. ここで繰り返しになるが,

$$\bar{t}_{ij} = \frac{t_i + t_j}{2}, \quad (3.36)$$

$$\delta t_{ij} = t_i - t_j, \quad (3.37)$$

と定義した. ここで i, j は 1 から 4 までととする. 遅延と先進成分は, SI の無摂動なスピン相関関係 $g_{\mathbf{q}}^K(t_1, t_2)$ が時間について定常な関数であることを考慮して,

$$G_{\mathbf{q}}^R(\omega, \bar{t}_{12}) = g_{\mathbf{q}}^R(\omega), \quad (3.38)$$

$$G_{\mathbf{q}}^A(\omega, \bar{t}_{12}) = g_{\mathbf{q}}^A(\omega), \quad (3.39)$$

を得る.

次に Keldysh 成分は,

$$\begin{aligned} G_{\mathbf{q}}^K(\omega, \bar{t}_{12}) &= g_{\mathbf{q}}^K(\omega) + N_F \left(\frac{\gamma}{2} \right)^2 \delta_{\mathbf{q}} \int_{\omega_1, \omega_2} e^{-i(\omega_1 - \omega_2)\bar{t}_{12}} \int_{\delta t_{12}, \delta t_{34}, \bar{t}_{34}} g_0^R(\omega_1) H_{+-}^K(\delta t_{34}, \bar{t}_{34}) g_0^A(\omega_2) \\ &\times e^{i(2\omega - \omega_1 - \omega_2)\delta t_{12}/2} e^{i(\omega_1 - \omega_2)\bar{t}_{34}} e^{i(\omega_1 + \omega_2)\delta t_{34}/2}, \\ &= g_{\mathbf{q}}^K(\omega) + N_F \left(\frac{\gamma}{2} \right)^2 \delta_{\mathbf{q}} \int_{\omega_1} e^{-2i(\omega_1 - \omega)\bar{t}_{12}} \int_{\delta t_{34}, \bar{t}_{34}} g_0^R(\omega_1) H_{+-}^K(\delta t_{34}, \bar{t}_{34}) g_0^A(2\omega - \omega_1) \\ &\times e^{2i(\omega_1 - \omega)\bar{t}_{34}} e^{i\omega\delta t_{34}}, \\ &= g_{\mathbf{q}}^K(\omega) + N_F \left(\frac{\gamma}{2} \right)^2 \delta_{\mathbf{q}} \int_{\omega_1} e^{-2i(\omega_1 - \omega)\bar{t}_{12}} \int_{\bar{t}_{34}} g_0^R(\omega_1) H_{+-}^K(\omega, \bar{t}_{34}) g_0^A(2\omega - \omega_1) \\ &\times e^{2i(\omega_1 - \omega)\bar{t}_{34}}, \end{aligned} \quad (3.40)$$

と変形され,

$$\begin{aligned} G_{\mathbf{q}}^K(\omega, \bar{t}_{12}) &= g_{\mathbf{q}}^K(\omega) + N_F \left(\frac{\gamma}{2} \right)^2 \delta_{\mathbf{q}} e^{2i\omega\bar{t}_{12}} \int_{\omega_1} g_0^R(\omega_1) g_0^A(2\omega - \omega_1) e^{-2i\omega_1\bar{t}_{12}} \\ &\times \int_{\bar{t}_{34}} H_{+-}^K(\omega, \bar{t}_{34}) e^{2i(\omega_1 - \omega)\bar{t}_{34}} \end{aligned} \quad (3.41)$$

とまとめられる.

次節より, 交流磁場が円偏光の時と直線偏光の時での $H_{+-}^K(\omega, \bar{t}_{34})$ を評価し, 強磁性絶縁体のスピン相関関数の Keldysh 成分 $G_{\mathbf{q}}^K(\omega, \bar{t}_{12})$ を交流磁場に対する摂動計算から求めて, これらを代入しスピンプンピングの式を求める.

3.3.3 交流磁場の相関関数

ここでは、円偏光及び直線偏光の交流磁場の相関関数を導出する。交流磁場が円偏光である場合、交流磁場の相関関数は時間について定常となり、一方で、交流磁場が直線偏光である場合、交流磁場の相関関数は時間について非定常な関数となる。これを示す。

交流磁場が円偏光の場合

まず、交流磁場が円偏光にある場合の、交流磁場の相関関数を求める。

交流磁場の横成分 h_{rf}^{\pm} が

$$h_{\text{rf}}^{\pm}(t) = h_{\text{rf}} e^{\pm i\Omega t} \quad (3.42)$$

と表されることから、交流磁場の相関関数 $H_{+-}(\tau, \tau')$ は、

$$H_{+-}(\tau, \tau') = (-i)(h_{\text{rf}})^2 \langle T_C e^{i\Omega\tau} e^{-i\Omega\tau'} \rangle, \quad (3.43)$$

と表される。 $H_{+-}(\tau, \tau')$ の lesser 及び greater 成分は、

$$\begin{aligned} H_{+-}^<(t, t') &= (-i)(h_{\text{rf}})^2 \langle e^{-i\Omega t'} e^{i\Omega t} \rangle, \\ &= (-i)(h_{\text{rf}})^2 e^{-i\Omega(t-t')}, \end{aligned} \quad (3.44)$$

$$H_{+-}^>(t, t') = (-i)(h_{\text{rf}})^2 \langle e^{i\Omega t} e^{-i\Omega t'} \rangle, \quad (3.45)$$

$$= H_{+-}^<(t, t') \quad (3.46)$$

と書き下される。つまり $H_{+-}(\tau, \tau')$ の Keldysh 成分 ($H_{+-}^K(t, t')$) は、

$$\begin{aligned} H_{+-}^K(t, t') &= H_{+-}^<(t, t') + H_{+-}^>(t, t') \\ &= (-2i)(h_{\text{rf}})^2 e^{-i\Omega(t-t')}, \end{aligned} \quad (3.47)$$

となる。相対時間 $\delta t_{00'} = t - t'$ と重心時間 $\bar{t}_{00'} = (t + t')/2$ を定義する。式 5.31 から、円偏光な交流磁場を照射したときの $H_{+-}^K(t, t')$ は時間に定常な関数であることが示される。 $H_{+-}^K(t, t')$ の時間に対する Wigner 表示は、相対時間 $\delta t_{00'}$ にのみ依存する関数であることを考慮して、

$$\begin{aligned} H_{+-}^K(\omega, \bar{t}_{00'}) &= H_{+-}^K(\omega) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} d\delta t_{00'} H_{+-}^K(\delta t_{00'}) e^{i\omega \delta t_{00'}}, \\ &= (-4i\pi)(h_{\text{rf}})^2 \delta(\omega - \Omega), \end{aligned} \quad (3.48)$$

と表される。

ここで、Keldysh 成分 $H_{+-}^K(\omega)$ と遅延成分 $H_{+-}^R(\omega) = 0$ の間に、第二章で示したような関係式が成り立っていない点に注意する。これは、スピンプンピングにおいて発生させた交流磁場が熱平衡状態にないことの現れである。^{*2}

^{*2} スピンプンピングにおいて、交流磁場、すなわち電磁波は黒体輻射の条件を満たしていない。そのため、交流磁場は熱平衡状態にないと言え、Keldysh 成分と遅延成分の虚部に比例関係が成り立つ理由はない。

交流磁場が直線偏光の場合

このとき、交流磁場が x 方向にのみ振動すると仮定する。交流磁場の横成分 h_{rf}^{\pm} を

$$\begin{aligned} h_{\text{rf}}^{\pm}(t) &= h_{\text{rf}}^x(t), \\ &= h_{\text{rf}} \cos(\Omega t), \end{aligned} \quad (3.49)$$

$$= \frac{h_{\text{rf}}}{2} (e^{i\Omega t} + e^{-i\Omega t}), \quad (3.50)$$

と表す。前節と同様に、交流磁場の相関関数 $H_{+-}(\tau, \tau')$ の遅延及び先進成分は 0 となる。 $H_{+-}(\tau, \tau')$ の lesser 及び greater 成分は、

$$\begin{aligned} H_{+-}^<(t, t') &= (-i) \left(\frac{h_{\text{rf}}}{2} \right)^2 (e^{i\Omega t'} + e^{-i\Omega t'}) (e^{i\Omega t} + e^{-i\Omega t}), \\ &= (-i) \left(\frac{h_{\text{rf}}}{2} \right)^2 (e^{i\Omega(t+t')} + e^{-i\Omega(t+t')} + e^{-i\Omega(t-t')} + e^{i\Omega(t-t')}), \end{aligned} \quad (3.51)$$

$$\begin{aligned} H_{+-}^>(t, t') &= (-i) \left(\frac{h_{\text{rf}}}{2} \right)^2 (e^{i\Omega t} + e^{-i\Omega t}) (e^{i\Omega t'} + e^{-i\Omega t'}), \\ &= H_{+-}^<(t, t') \end{aligned} \quad (3.52)$$

と書き下される。つまり、 $H_{+-}(\tau, \tau')$ の Keldysh 成分 ($H_{+-}^K(t, t')$) は、

$$\begin{aligned} H_{+-}^K(t, t') &= H_{+-}^<(t, t') + H_{+-}^>(t, t') \\ &= (-i) \frac{(h_{\text{rf}})^2}{2} (e^{i\Omega(t+t')} + e^{-i\Omega(t+t')} + e^{-i\Omega(t-t')} + e^{i\Omega(t-t')}), \end{aligned} \quad (3.53)$$

と表される。式 (3.53) から、直線偏光の交流磁場を照射した時の交流磁場の相関関数の Keldysh 成分は、時間について定常な項 $H_{+-}^K(\delta t_{00'}) = (-i) \frac{(h_{\text{rf}})^2}{2} (e^{-i\Omega \delta t_{00'}} + e^{i\Omega \delta t_{00'}})$ と非定常な項 $H_{+-}^K(\bar{t}_{00'}) = (-i) \frac{(h_{\text{rf}})^2}{2} (e^{-2i\Omega \bar{t}_{00'}} + e^{2i\Omega \bar{t}_{00'}})$ の和 $H_{+-}^K(t, t') = H_{+-}^K(\delta t_{00'}) + H_{+-}^K(\bar{t}_{00'})$ で表されることが分かる。

$H_{+-}^K(t, t')$ の Wigner 表示は、

$$\begin{aligned} H_{+-}^K(\omega, \bar{t}_{00'}) &= \int_{-\infty}^{\infty} d\delta t_{00'} [H_{+-}^K(\delta t_{00'}) + H_{+-}^K(\bar{t}_{00'})] e^{i\omega \delta t_{00'}}, \\ &= (-i) \frac{(h_{\text{rf}})^2}{2} \int_{-\infty}^{\infty} d\delta t_{00'} (e^{-i\Omega \delta t_{00'}} + e^{i\Omega \delta t_{00'}}) e^{i\omega \delta t_{00'}} + H_{+-}^K(\bar{t}_{00'}) \int_{-\infty}^{\infty} d\delta t_{00'} e^{i\omega \delta t_{00'}}, \\ &= (-2i) \pi (h_{\text{rf}})^2 \left(\frac{1}{2} [\delta(\omega - \Omega) + \delta(\omega + \Omega)] + \cos(2\Omega \bar{t}_{00'}) \delta(\omega) \right) \\ &= H_{+-}^K(\omega) + H_{+-}^K(\omega, \bar{t}_{00'}), \end{aligned} \quad (3.54)$$

と表される。ただしここで $H_{+-}^K(\omega) = (-2i) \pi (h_{\text{rf}})^2 \frac{1}{2} [\delta(\omega - \Omega) + \delta(\omega + \Omega)]$, $H_{+-}^K(\omega, \bar{t}_{00'}) = (-2i) \pi (h_{\text{rf}})^2 \cos(2\Omega \bar{t}_{00'}) \delta(\omega)$ とおいた。

3.3.4 交流磁場を摂動としたマグノン Green 関数の Keldysh 成分

円偏光交流磁場下における Keldysh 成分

Keldysh 成分を再び書き下す：

$$\begin{aligned} G_{\mathbf{q}}^K(\omega, \bar{t}_{12}) &= g_{\mathbf{q}}^K(\omega) \\ &+ N_{\text{F}} \left(\frac{\gamma}{2} \right)^2 \delta_{\mathbf{q}} e^{2i\omega \bar{t}_{12}} \int_{\omega_1}^{\infty} g_0^R(\omega_1) g_0^A(2\omega - \omega_1) e^{-2i\omega_1 \bar{t}_{12}} \int_{\bar{t}_{34}}^{\infty} H_{+-}^K(\omega, \bar{t}_{34}) e^{2i(\omega_1 - \omega) \bar{t}_{34}}. \end{aligned} \quad (3.55)$$

前節の結果を代入すると、特に第二項は、

$$\begin{aligned}
& (-4i\pi)(h_{rf})^2 N_F \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 \delta_{\mathbf{q}} e^{2i\omega \bar{t}_{12}} \int_{\omega_1} g_0^R(\omega_1) g_0^A(2\omega - \omega_1) e^{-2i\omega_1 \bar{t}_{12}} \int_{\bar{t}_{34}} \delta(\omega - \Omega) e^{2i(\omega_1 - \omega) \bar{t}_{34}} \\
&= (-4i\pi)(h_{rf})^2 N_F \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 \delta_{\mathbf{q}} \delta(\omega - \Omega) e^{2i\omega \bar{t}_{12}} \int_{\omega_1} g_0^R(\omega_1) g_0^A(2\omega - \omega_1) e^{-2i\omega_1 \bar{t}_{12}} (2\pi) \delta(\omega_1 - \omega) \\
&= (-4i\pi)(h_{rf})^2 N_F \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 \delta_{\mathbf{q}} \delta(\omega - \Omega) g_0^R(\omega) g_0^A(\omega), \tag{3.56}
\end{aligned}$$

と計算される。よって、交流磁場を摂動として計算した、マグノン Green 関数の Keldysh 成分は、

$$G_{\mathbf{q}}^K(\omega, \bar{t}_{12}) = g_{\mathbf{q}}^K(\omega) + (-4i\pi)(h_{rf})^2 N_F \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 \delta_{\mathbf{q}} \delta(\omega - \Omega) |g_0^R(\omega)|^2, \tag{3.57}$$

と求められる。この式の第二項は $(h_{rf})^2$ に比例しており、交流磁場強度に比例している項となっている。ここで $[g_0^R(\omega)]^* = g_0^A(\omega)$ を用いた。

直線偏光交流磁場下における Keldysh 成分

Keldysh 成分を再び書き下す：

$$\begin{aligned}
G_{\mathbf{q}}^K(\omega, \bar{t}_{12}) &= g_{\mathbf{q}}^K(\omega) \\
&+ N_F \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 \delta_{\mathbf{q}} e^{2i\omega \bar{t}_{12}} \int_{\omega_1} g_0^R(\omega_1) g_0^A(2\omega - \omega_1) e^{-2i\omega_1 \bar{t}_{12}} \int_{\bar{t}_{34}} H_{+-}^K(\omega, \bar{t}_{34}) e^{2i(\omega_1 - \omega) \bar{t}_{34}}. \tag{3.58}
\end{aligned}$$

前節の結果を代入すると、第二項について、

$$\begin{aligned}
& N_F \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 \delta_{\mathbf{q}} e^{2i\omega \bar{t}_{12}} \int_{\omega_1} g_0^R(\omega_1) g_0^A(2\omega - \omega_1) e^{-2i\omega_1 \bar{t}_{12}} \int_{\bar{t}_{34}} H_{+-}^K(\omega) e^{2i(\omega_1 - \omega) \bar{t}_{34}} \\
&+ N_F \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 \delta_{\mathbf{q}} e^{2i\omega \bar{t}_{12}} \int_{\omega_1} g_0^R(\omega_1) g_0^A(2\omega - \omega_1) e^{-2i\omega_1 \bar{t}_{12}} \int_{\bar{t}_{34}} H_{+-}^K(\omega, \bar{t}_{34}) e^{2i(\omega_1 - \omega) \bar{t}_{34}} \tag{3.59}
\end{aligned}$$

が得られる。ここで $H_{+-}^K(\omega)$ を含む項については、円偏光での計算を参考にとすると、

$$(-2i\pi)(h_{rf})^2 \frac{1}{2} N_F \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 \delta_{\mathbf{q}} [\delta(\omega - \Omega) + \delta(\omega + \Omega)] |g_0^R(\omega)|^2, \tag{3.60}$$

と求められる。

一方、 $H_{+-}^K(\omega, \bar{t}_{34})$ を含む項は、

$$\begin{aligned}
& (-2i)\pi(h_{rf})^2 N_F \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 \delta_{\mathbf{q}} \delta(\omega) e^{2i\omega \bar{t}_{12}} \int_{\omega_1} g_0^R(\omega_1) g_0^A(2\omega - \omega_1) e^{-2i\omega_1 \bar{t}_{12}} \int_{\bar{t}_{34}} \cos(2\Omega \bar{t}_{34}) e^{2i(\omega_1 - \omega) \bar{t}_{34}} \\
&= (-2i)\pi(h_{rf})^2 \frac{1}{2} N_F \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 \delta_{\mathbf{q}} \delta(\omega) e^{2i\omega \bar{t}_{12}} \\
&\times \int_{\omega_1} g_0^R(\omega_1) g_0^A(2\omega - \omega_1) e^{-2i\omega_1 \bar{t}_{12}} (2\pi) [\delta(\Omega + \omega_1 - \omega) + \delta(\Omega - \omega_1 + \omega)] \\
&= (-2i)\pi(h_{rf})^2 \frac{1}{2} N_F \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 \delta_{\mathbf{q}} \delta(\omega) \\
&\times \left[e^{2i\Omega \bar{t}_{12}} g_0^R(\omega - \Omega) g_0^A(\omega + \Omega) + e^{-2i\Omega \bar{t}_{12}} g_0^R(\omega + \Omega) g_0^A(\omega - \Omega) \right] \tag{3.61}
\end{aligned}$$

と求められる。

まとめると、交流磁場を摂動として計算した、マグノン Green 関数の Keldysh 成分は、

$$\begin{aligned}
G_{\mathbf{q}}^K(\omega, \bar{t}_{12}) &= g_{\mathbf{q}}^K(\omega) + (-2i\pi)(h_{rf})^2 \frac{1}{2} N_F \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 \delta_{\mathbf{q}} \left([\delta(\omega - \Omega) + \delta(\omega + \Omega)] \times |g_0^R(\omega)|^2 \right. \\
&\quad \left. + 2\delta(\omega) \text{Re}[e^{2i\Omega \bar{t}_{12}} g_0^R(\omega - \Omega) g_0^A(\omega + \Omega)] \right), \tag{3.62}
\end{aligned}$$

と求められる。円偏光交流磁場同様、この式の第二項は $(h_{rf})^2$ に比例しており、交流磁場強度に比例している項となっている。ただしここで $[g_0^R(\omega)]^* = g_0^A(\omega)$ を用いた。

3.3.5 局所熱平衡にある金属中のスピン相関関係

SS を記述するハミルトニアンに時間に依存する相互作用項が存在しないため、SS のスピン相関関数 $\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega, \bar{t})$ は重心時間 \bar{t} について定常な関数である：

$$\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega, \bar{t}) = \chi_{\mathbf{k}}^R(\omega). \quad (3.63)$$

さらに、SS は温度 T で表される局所熱平衡状態にある。つまり、第2章より

$$\chi_{\mathbf{k}}^K(\omega) = 2i\text{Im}\chi_{\mathbf{k}}^K(\omega) \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) \quad (3.64)$$

が成り立つ。 $\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega)$ の具体的な式は、次の節で明らかにする。

3.3.6 スピンプンピングにおいて生成されるスピン流の式

前節までの議論によって、円偏光及び直線偏光にある交流磁場を照射した際の、交流磁場の相関関数が自己エネルギーとして繰り込まれた強磁性絶縁体のマグノン Green 関数の Keldysh 成分が明らかとなった。これらを元に、本節では、円偏光及び直線偏光の交流磁場を照射した際の生成スピン流の式を導く。

円偏光な交流磁場を照射した際の生成スピン流の式

まず、円偏光な交流磁場を照射した際に、金属へ注入されるスピン流の式を導く。周波数積分の被積分関数は、

$$\begin{aligned} & \text{Re}[\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega)G_{\mathbf{q}}^K(\omega, \bar{t}_{12}) + \chi_{\mathbf{k}}^K(\omega)G_{\mathbf{q}}^A(\omega, \bar{t}_{12})] \\ &= \text{Re}[\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega)g_{\mathbf{q}}^K(\omega) + \chi_{\mathbf{k}}^R(\omega)(-4i\pi)N_F\left(\frac{\gamma}{2}\right)^2\delta(\omega - \Omega)|g_0^R(\omega)|^2 + \chi_{\mathbf{k}}^K(\omega)g_{\mathbf{q}}^A(\omega)], \end{aligned} \quad (3.65)$$

$$= \text{Re}[\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega)g_{\mathbf{q}}^K(\omega) + \chi_{\mathbf{k}}^K(\omega)g_{\mathbf{q}}^A(\omega)] + 4\pi N_F\left(\frac{\gamma}{2}\right)^2\delta(\omega - \Omega)\text{Im}\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega)|g_0^R(\omega)|^2, \quad (3.66)$$

と変形される。

ここで、第一項について、

$$\begin{aligned} & \text{Re}[\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega)g_{\mathbf{q}}^K(\omega) + \chi_{\mathbf{k}}^K(\omega)g_{\mathbf{q}}^A(\omega)] \\ &= \text{Re}[\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega)(2i)\text{Im}g_{\mathbf{q}}^R(\omega) \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) + (2i)\text{Im}\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega) \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right)g_{\mathbf{q}}^A(\omega)], \end{aligned} \quad (3.67)$$

$$= -2\text{Im}\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega)\text{Im}g_{\mathbf{q}}^R(\omega) \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) - 2\text{Im}\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega)\text{Im}g_{\mathbf{q}}^A(\omega) \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right), \quad (3.68)$$

$$= 0 \quad (3.69)$$

となり消失する。よって、生成スピン流は

$$\begin{aligned} I_S^{N_1} &= -\frac{2J_{\text{sd}}^2 N_{\text{int}}}{N_N N_F \hbar^2} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} 4\pi N_F \left(\frac{\gamma h_{\text{rf}}}{2}\right)^2 \delta(\omega - \Omega) \text{Im}\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega) |g_0^R(\omega)|^2, \\ &= -\frac{J_{\text{sd}}^2 N_{\text{int}} (\gamma h_{\text{rf}})^2}{N_N \hbar^2} \sum_{\mathbf{k}} \text{Im}\chi_{\mathbf{k}}^R(\Omega) |g_0^R(\Omega)|^2 \end{aligned} \quad (3.70)$$

と、交流磁場強度に比例する形で表される。

交流磁場に対して無摂動なマグノンの Green 関数を代入すると、生成スピン流は、スピコンダクタンス g_s を

$$g_s = \frac{2J_{\text{sd}}^2 S_0^2 N_{\text{int}}}{\hbar^2 N_{\text{SS}}} \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{\Omega_{\text{rf}}} \text{Im} \chi_{\mathbf{k}}^R(\Omega_{\text{rf}}), \quad (3.71)$$

とにおいて、

$$I_S = g_s \frac{\Omega_{\text{rf}} (\gamma h_{\text{rf}})^2}{(\Omega_{\text{rf}} - \gamma H_0)^2 + (\alpha \Omega_{\text{rf}})^2}, \quad (3.72)$$

とまとめられる。

直線偏光な交流磁場を照射した際の生成スピン流の式

次に、直線偏光の交流磁場を印加した場合の生成スピン流の式を導く。円偏光での議論の通り、マグノン Green 関数の Keldysh 成分

$$\begin{aligned} G_{\mathbf{q}}^K(\omega, \bar{t}_{12}) &= g_{\mathbf{q}}^K(\omega) + (-2i\pi)(h_{\text{rf}})^2 \frac{1}{2} N_{\text{F}} \left(\frac{\gamma}{2} \right)^2 \delta_{\mathbf{q}} \left([\delta(\omega - \Omega) + \delta(\omega + \Omega)] \times |g_0^R(\omega)|^2 \right. \\ &\quad \left. + 2\delta(\omega) \text{Re}[e^{2i\Omega \bar{t}_{12}} g_0^R(\omega - \Omega) g_0^A(\omega + \Omega)] \right), \end{aligned} \quad (3.73)$$

のうち、第一項はスピン流に寄与しない。第二項について、円偏光での議論を参考にすると、

$$I_S^{N_1} = -\frac{J_{\text{sd}}^2 N_{\text{int}} (\gamma h_{\text{rf}})^2}{N_N \hbar^2} \sum_{\mathbf{k}} [\text{Im} \chi_{\mathbf{k}}^R(\Omega) |g_0^R(\Omega)|^2 + \text{Im} \chi_{\mathbf{k}}^R(-\Omega) |g_0^R(-\Omega)|^2] \quad (3.74)$$

を得る。第三項について、特に ω 積分に着目すると、

$$\begin{aligned} &\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \text{Re}[\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega)(-i)\delta(\omega) \text{Re}[e^{2i\Omega \bar{t}_{12}} g_0^R(\omega - \Omega) g_0^A(\omega + \Omega)]] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \delta(\omega) \text{Im} \chi_{\mathbf{k}}^R(\omega) \text{Re}[e^{2i\Omega \bar{t}_{12}} g_0^R(\omega - \Omega) g_0^A(\omega + \Omega)] \\ &= \text{Im} \chi_{\mathbf{k}}^R(0) \text{Re}[e^{2i\Omega \bar{t}_{12}} g_0^R(-\Omega) g_0^A(\Omega)] \end{aligned} \quad (3.75)$$

を得る。

後の節で示されるように $\text{Im} \chi_{\mathbf{k}}^R(0) = 0$ であるため、この項は生成スピン流に寄与しない。^{*3}以上から、生成されるスピン流は

$$I_S = -\frac{J_{\text{sd}}^2 N_{\text{int}} (\gamma h_{\text{rf}})^2}{N_N \hbar^2} \sum_{\mathbf{k}} [\text{Im} \chi_{\mathbf{k}}^R(\Omega) |g_0^R(\Omega)|^2 + \text{Im} \chi_{\mathbf{k}}^R(-\Omega) |g_0^R(-\Omega)|^2] \quad (3.76)$$

と、交流磁場強度に比例する形で表される。ここで、時間に対して非定常なスピン流は、金属中の帯磁率の性質から消失することを示した。

3.3.7 生成スピン流の式の物理的解釈

ここでは前節までに得られたスピンプンピングによる生成スピン流 (3.72) と Gilbert 緩和項変調 (3.23) の物理的な意味を議論する。

^{*3} これは、拡散方程式に対応する相関関数の一般的な性質である。

生成スピン流と動的横帯磁率の関係

円偏光と直線偏光の、どちらの交流磁場を照射した場合も、スピンコンダクタンス g_s が、接合した金属の動的横帯磁率の虚部 $\text{Im}\chi_k^R(\omega)$ の波数に比例している。

ここで、横帯磁率に現れたのは、本研究で利用したモデルで、界面でのスピン反転機構によるスピン流生成現象を定式化したためである。また、金属中の電子スピン揺らぎの強度を表す、帯磁率の虚部に生成スピン流が比例するのは、輸送量である生成スピン流が揺らぎの強度に比例するという揺動散逸関係式に他ならない。

前節までの計算で注意すべき点は、生成スピン流が金属のモデルハミルトニアンの詳細によらず、金属の動的横帯磁率で表すことができる点である。界面での相互作用を sd 型の交換相互作用でモデル化するだけで、生成スピン流が動的横帯磁率の虚部に比例することが示される。この結果から、金属の電子相関が強い場合も、ほぼ自由電子と見なせる場合も、統一的に記述できるスピンプンピング現象の理論が構築されたと言える。一方で、強磁性絶縁体の方は、スピン波近似を用いている限り、生成スピン流がマグノンの遅延 Green 関数の二乗に比例することが示される。以上のことから、前節までの計算によって、界面での交換相互作用を仮定し、強磁性絶縁体としてスピン波近似に限る場合「生成スピン流が金属の動的横帯磁率と強磁性絶縁体の遅延 Green 関数の二乗の積に比例する」という最も一般的な生成スピン流の式を導出することができた。

動的横帯磁率 $\chi_k^R(\omega)$ は金属中の多体効果を含む物理量であり、特に遍歴強磁性体の $\chi_{k=0}^R(\omega=0)$ は、キュリー温度で発散する [61]。 $\text{Im}\chi_k^R(\omega)$ は ω 有限、 k 有限で発散することはないが、一般に、キュリー温度で増大することが知られている [51, 62, 63, 64]。すなわち、スピンプンピングによる生成スピン流は、強磁性共鳴による交流磁場の吸収と、隣接する金属のスピン相関の強度の積によって得られることが示されたと言える。これは、同時に隣接する金属のスピン揺らぎを検出する方法となりうることを示唆している。

生成スピン流と Gilbert 緩和項変調の関係

前節で求めた、変調された Gilbert 緩和項と、生成スピン流の間には

$$\delta\alpha = \frac{1}{S_0 N_{\text{SI}}} g_s, \quad (3.77)$$

という関係が成り立つ。これは、金属へ散逸していったスピン流によって、強磁性絶縁体の磁気緩和が増大している、と解釈できる。こうして、強磁性共鳴の線幅の増加分とスピン流が比例するという関係式が微視的に正当化された。

この節の最後に、この節での微視的な定式化と、文献 [24] で与えられている式の比較を行う。文献 [24] では、 z 軸に偏極したスピン流 I_s^{pump} と Gilbert 緩和項の変調分は、

$$I_s^{\text{pump}} = \frac{g^{\uparrow\downarrow}}{4\pi} \langle [\mathbf{m} \times \partial_t \mathbf{m}]^z \rangle, \quad (3.78)$$

$$\delta\alpha = \frac{\gamma \hbar}{4\pi M_s V} g^{\uparrow\downarrow}, \quad (3.79)$$

と表される。ここで $g^{\uparrow\downarrow}$ はスピンミキシングコンダクタンスと呼ばれており、 \mathbf{m} は磁化の方向を向いたベクトルを、 M_s 及び V は飽和磁化と強磁性絶縁体の体積をそれぞれ表している。この式は、スピン

流と Gilbert 緩和項の変調分が³, 以下の関係式,

$$I_s^{\text{pump}} = \delta\alpha \frac{M_s \mathcal{V}}{\gamma \hbar} \langle [\mathbf{m} \times \partial_t \mathbf{m}]^z \rangle. \quad (3.80)$$

を通して密接に関係していることを表している. 関係式 $(M_s \mathcal{V})/(\gamma \hbar) = (S_0 N_{\text{SI}})$ と, Landau-Lifshitz-Gilbert 方程式から得られる

$$\langle [\mathbf{m} \times \partial_t \mathbf{m}]^z \rangle = \frac{\Omega_{\text{rf}}(\gamma \hbar_{\text{rf}})^2}{(\Omega_{\text{rf}} - \gamma H_0)^2 + (\alpha_0 \Omega_{\text{rf}})^2}, \quad (3.81)$$

という式を用いると,

$$\frac{g^{\uparrow\downarrow}}{4\pi} = g_s, \quad (3.82)$$

とおくことで, 本節での計算結果と文献 [24] とが対応付けられる.

3.4 キュリー温度近くにある遍歴磁性金属への直流スピンプンピング

この節では, 前節までで定式化された金属と磁性絶縁体の接合系におけるスピンプンピングの式を, 金属をキュリー温度 T_C 近くにある遍歴強磁性体に置きかえた系に適用する. そして, スピンコンダクタンス g_s が遍歴強磁性体のスピン揺らぎによって大きく増大することを示す. 前節で, 注入されるスピン流は, i) SS の横帯磁率 $\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega)$ を含む接合界面でのスピンコンダクタンス g_s と, ii) SI における, 磁化の緩和トルク項 $\langle [\mathbf{m} \times \partial_t \mathbf{m}]^z \rangle$ と等価なローレンツ型関数によって決定されることを示した. $\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega)$ の虚部が T_C におけるスピンの臨界揺らぎによって増大する [51, 62, 63, 64] ことから, g_s が増大することが予想され, 従って SS として T_C 近くにある遍歴強磁性体を用いられた時, スピンプンピングが増大すると予測される.

3.4.1 キュリー温度近くの生成スピン流の数値解析

まず, 自己無撞着な繰り込み理論 (SCR 理論) [51, 63] を用いて, 臨界スピン揺らぎが横帯磁率 $\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega)$ へ与える効果を解析する. 以下の計算では, 簡単のため, 無次元となるよう規格化した横帯磁率,

$$\tilde{\chi}_{\mathbf{k}}^R(\omega) \equiv \chi_{\mathbf{k}}^R(\omega)/\chi_P, \quad (3.83)$$

を用いる. ここで, χ_P は Pauli 常磁性帯磁率を表しており, 長さは格子定数 d_0 で規格化している. 低周波数かつ長波長極限において, 金属の「裸」の横帯磁率は,

$$\tilde{\chi}_{\mathbf{k}}^{(0)R}(\omega) = \frac{1}{\delta^{(0)} + c^{(0)}k^2 - i\omega/\gamma_k^{(0)}}, \quad (3.84)$$

と, パラメタを用いて表される.^{*4}ここで, $c^{(0)}$ と $\gamma_k^{(0)}$ はそれぞれ, スピン揺らぎの, 裸のスティフネスと裸の緩和率を表している. 裸の質量項 $\delta^{(0)}$ は $\delta^{(0)} = a^{(0)} + b^{(0)}(m^{(0)})^2$, として与えられる. ここで, $a^{(0)} = A^{(0)}(T - T_C^{(0)})/T_C^{(0)}$ は, $A^{(0)}$ を係数にもつ, 平均場近似で見積もったキュリー温度 $T_C^{(0)}$ から

^{*4} この式から, 帯磁率の虚部 $\text{Im}\chi_{\mathbf{k}}^{(0)R}(\omega)$ を計算し, 周波数 ω を 0 とおくと, $\text{Im}\chi_{\mathbf{k}}^{(0)R}(0) = 0$ が示される. この式は, 磁気臨界揺らぎを繰り込んでも成立する関係式であるため, 非定常なスピン流が消失することが保証される.

の転移温度までの距離を表し、 $b^{(0)}$ は裸のモード結合定数を表す。ここで、無次元の磁化の大きさ $m^{(0)}$ は、以下のような状態方程式 [63] :

$$a^{(0)}m^{(0)} + b^{(0)}(m^{(0)})^3 = \tilde{H}_0, \quad (3.85)$$

から決定される。ここで、 $\tilde{H}_0 = H_0/h_0$ は無次元となるよう $h_0 = \gamma\hbar/(2\chi_P v_0)$ で規格化した一様な外部磁場を表す。ここで、 $v_0 = d_0^3$ は単位胞の体積を表す。

仮に、ハミルトニアン (3.2) に対して平均場近似を適用すると、 $N(0)$ をフェルミエネルギーでの電子の状態密度として $a^{(0)} = 1 - UN(0)$ を得る [51]。同様に、 $f(\varepsilon_p)$ をフェルミ分布関数として $b^{(0)} = (U^2/3!) \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} [-\frac{d^3}{d\varepsilon_p^3} f(\varepsilon_p)]$ と、 $c^{(0)} = (U^2/12) \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} [\frac{d^3}{d\varepsilon_p^3} f(\varepsilon_p) v_p^2 + 3 \frac{d^2}{d\varepsilon_p^2} M_p]$ を得る。ただし、 $v_p = d\varepsilon_p/dp$ と $M_p = (1/2) \sum_{j=x,y,z} d^2\varepsilon_p/dp_j^2$ と表される。スピン軌道相互作用が存在するときの裸の緩和率は $\gamma_k^{(0)} = Dk^2 + \tau_{sf}^{-1}$ と与えられる。ここで、 D と τ_{sf} はそれぞれ、スピン拡散係数とスピン反転時間を意味する [5]。

式 (3.84) を以下の形式に変換しておくのは、以下の議論にとって有用である：

$$\tilde{\chi}_k^{(0)R}(\omega) = \frac{\tilde{\chi}_0^{(0)}}{1 + (\xi^{(0)}k)^2 - i\omega/\Gamma_k^{(0)}}, \quad (3.86)$$

ここで、 $\tilde{\chi}_0^{(0)} = 1/\delta^{(0)}$ と $\xi^{(0)} = \sqrt{c^{(0)}/\delta^{(0)}}$ 、 $\Gamma_k^{(0)} = \gamma_k^{(0)}\delta^{(0)}$ は、それぞれ、無次元となるよう規格化した一様帯磁率、有効的な相関長、有効的な緩和率を表す。この式から、外部磁場が消失する極限 ($\tilde{H}_0 = 0$) において、一様帯磁率は $\tilde{\chi}_0^{(0)} = (T - T_C^{(0)})^{-1}$ のように発散し、したがって $\xi^{(0)} \propto (T - T_C^{(0)})^{-1/2}$ のように相関長が発散し、また $\Gamma_k^{(0)} \propto (T - T_C^{(0)})$ とかけられるように、臨界減速が見られるようになる。

SCR 理論を用いることで、磁氣的臨界揺らぎによるモード・モード結合によって、裸の横帯磁率 $\chi_k^{(0)R}(\omega)$ が、繰り込まれた横帯磁率 $\chi_k^R(\omega)$ にどのように変更されるかが理解される。無次元な形式で、この関係式は

$$1/\tilde{\chi}_k^R(\omega) = 1/\tilde{\chi}_k^{(0)R}(\omega) + \Lambda, \quad (3.87)$$

と表される。ここで Λ はモード間結合項であり、

$$\Lambda = \frac{3b}{N_{SS}} \sum_k \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) \text{Im}\tilde{\chi}_k^R(\omega) \quad (3.88)$$

と得られる。繰り込まれた横帯磁率は、以下の様な式で表されると仮定する：

$$\tilde{\chi}_k^R(\omega) = \frac{1}{\delta + ck^2 - i\omega/\gamma_k}, \quad (3.89)$$

ここで、 c と γ_k はそれぞれ、繰り込まれた、スティフネスと緩和率を表す。繰り込まれた質量項 δ は、 $a \propto (T - T_C)/T_C$ を系の温度の繰り込まれたキュリー温度 T_C からのずれとし、 b を繰り込まれたモード間結合定数とすると、 $\delta = a + bm^2$ として表される。ここで、磁化の大きさ m は、式 (3.85) 中の $a^{(0)}$ と $b^{(0)}$ をそれぞれ a と b で置き換えた式で与えられる。主要な繰り込みの効果は a (したがって δ) を通して現れるので、以下では、文献 [63] でなされているように $b = b^{(0)}$ と $c = c^{(0)}$ 、そして $\gamma_k = \gamma_k^{(0)}$ とする。式 (3.86) と同様な表式を採用すると、

$$\tilde{\chi}_k^R(\omega) = \frac{\tilde{\chi}_0}{1 + (\xi k)^2 - i\omega/\Gamma_k} \quad (3.90)$$

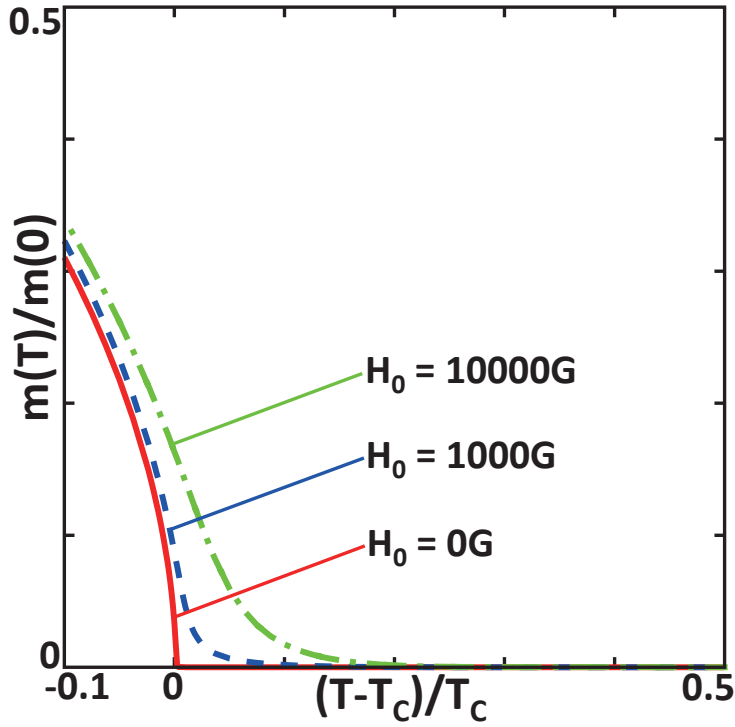


図 3.4 磁化 m を換算温度 $(T - T_C)/T_C$ の関数として示した図 (文献 [52] より転載). ここで, 実線は外部磁場 $H_0 = 0\text{G}$ での磁化を, 破線は外部磁場 $H_0 = 1000\text{G}$ での磁化を, そして一点短鎖線は外部磁場 $H_0 = 10000\text{G}$ での磁化をそれぞれ表す. また, ここに示した磁化は, 温度 $T = 0$ での値 $m(0)$ で規格化されている.

を得る. ここで, $\tilde{\chi}_0 = 1/\delta$, $\xi = \sqrt{c/\delta}$, そして $\Gamma_k = \gamma_k \delta$ と定義した.

こうして示した式 (3.87) と式 (3.88) を, 状態方程式 (3.85) と組み合わせて, 繰り込まれた質量項 a をセルフコンシステントに計算する. 図 3.4 は, 外部磁場 H_0 を 2, 3 変えて計算した, 磁化 m を換算温度 $(T - T_C)/T_C$ の関数として表示した図になる. ここでは, NiPd 合金 [65] を念頭において, $UN(0) = 1.0001$ と $A^{(0)} = 10.0$, $b = 60.0$, $c = 20.0$ としている. また, $T_C = 20\text{K}$ を与えるために, $T_C^{(0)} = 100\text{K}$ と想定している.

3.4.2 キュリー温度近くの生成スピンの温度依存性

図 3.5 より, キュリー温度において, $\text{Im}\chi$ の増大に伴うスピンの増強効果が見られる. 図 3.5 に $\Omega_{\text{rf}}\tau_{\text{sf}}$ の値をいくつか変えて計算した, スピン流 I_s^{pump} の温度依存性を示した. 式 (3.80) にあるように, 界面において遍歴強磁性体に注入されるスピン流 I_s^{pump} と, 付加された Gilbert 緩和項 $\delta\alpha$ が深く関係しているため, この増大効果は Gilbert 緩和項の温度依存性でも同様に見られる. スピンの増大効果は $\Omega_{\text{rf}}\tau_{\text{sf}}$ の値が小さい時により顕著となる. これは, スピンの増大効果が, スピン軌道相互作用のより強い物質において, より鮮明に見られることを意味している. NiPd 合金の場合, $\tau_{\text{sf}} \approx 10^{-12}\text{s}$ として $\Omega_{\text{rf}}\tau_{\text{sf}} \sim 0.1$ と見積もられるので, スピンの増大効果は 10 倍程度となる.

図 3.5 からは, キュリー温度より高温と低温で, 生成スピンの温度依存性に非対称性が見られるこ

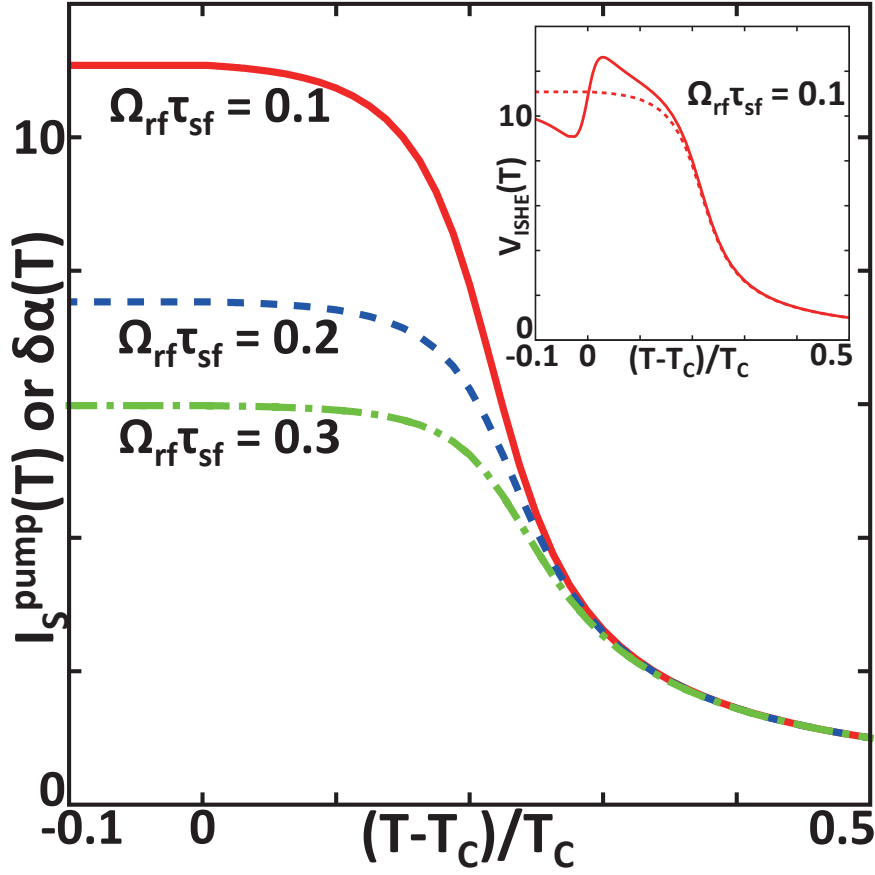


図 3.5 共鳴条件 $\Omega_{\text{rf}} = \gamma H_0$ における，生成されるスピンプン流 [式 (3.72)] と Gilbert 緩和項変調 $\delta\alpha$ [式 (3.25)] を，磁気臨界揺らぎの強い NiPd 合金において，換算温度 $(T - T_C)/T_C$ の関数として計算した図 (文献 [52] より転載)．ここで，実線は $\Omega_{\text{rf}}\tau_{\text{sf}} = 0.1$ を，破線は $\Omega_{\text{rf}}\tau_{\text{sf}} = 0.2$ を，そして一点短鎖線は $\Omega_{\text{rf}}\tau_{\text{sf}} = 0.3$ をそれぞれ表す．全てのデータ点は， $T/T_C = 0.5$ の値で規格化されている．挿入図は文献 [65] でのデータを用いて計算された，スピンプンピングを電気的に検出する逆スピホール電圧を，温度の関数として表した図．破線の曲線はスピンプンピングによる生成スピンプン流を表している．この線からのずれは，文献 [65] で報告されている逆スピホール効果の異常から得られる．

とがわかる．これは $\text{Im}\chi$ が「横スピンド磁率」であることと，キュリー温度以下では遍歴強磁性体の自発的対称性が破れることに起因する．ここで z 軸は強磁性絶縁体の磁化の向きと一致しており，この軸に平行に遍歴強磁性体のスピンプンが自発的にそろうことになる．すると， z 軸方向の磁化の振動，つまり Higgs モードと， z 軸と平行な横方向の磁化の振動，つまり南部・Goldstone モードの質量項は，異なる値をとるようになる．これは帯磁率の質量項に反映され [66]，縦 (z) スピンド磁率と横スピンド磁率の温度依存性に差を与える．すなわち，自発的対称性の破れがスピンプンピングによる生成スピンプン流の非対称性を与えると考えられる．

3.4.3 逆スピホール効果の温度依存性

実験において、注入スピン流は、第一章で示したように、逆スピホール効果 [12] を通して電氣的に測定される：

$$\mathbf{E}_{\text{ISHE}} = \theta_{\text{SH}} \rho \mathbf{J}_s \times \boldsymbol{\sigma}. \quad (3.91)$$

ここで、 $\mathbf{E}_{\text{ISHE}} = -\nabla V_{\text{ISHE}}$ は逆スピホール効果によって誘起された電場を、 $\boldsymbol{\sigma}$ ($\parallel \hat{z}$) はスピン偏極の方向を、 θ_{SH} と ρ は、それぞれ SS のスピホール各と電気抵抗率を、 $\mathbf{J}_s = (eI_s^{\text{pump}}/A_{\text{int}})\hat{x}$ は電荷素量を e として、SI と SS 界面を通るスピン流密度を表す。 A_{int} は接合部分の面積を表す。

図 3.5 の挿入図は、文献 [65] のデータを用いて計算された、生成スピン流とホール角の積の温度依存性を示した図になる。ここで、 T_C [65] 近くの NiPd 合金のスピホール角は、温度に依存しないバックグラウンドの部分と、 T_C [65, 67] 近くの非線形な帯磁率を反映した、温度に依存する部分の 2 つに分離できることをに気をつける。破線でかかれた曲線はスピホール角の温度に依存しない部分を用いて計算されており、一方で実線でかかれた曲線はスピホール効果の温度に依存する部分 [65] を用いて計算されている。逆スピホール効果の異常性からくる小さな構造に加えて、逆スピホール電圧の明確な増大が見て取れる。したがって、本章で理論的に予言された I_s^{pump} の増大は、逆スピホール効果を用いて電氣的に測定することが可能といえる。

3.5 本章のまとめ

以下に、本章で得られた主要な結果をまとめる。

1. 強磁性絶縁体と金属の接合系に交流磁場を照射した際に金属に注入されるスピン流を、線形応答理論と非平衡 Green 関数法を用いて計算した。この結果、金属のモデルハミルトニアンの詳細によらず、生成スピン流が金属の動的横帯磁率の虚部に比例することを導出した。このことから、金属の電子相関が強い場合も、ほぼ自由電子と見なせる場合もスピポンピング現象を統一的に記述できる理論が構築された。
2. 強磁性絶縁体についてスピン波近似を用いている限り、一般に、生成スピン流がマグノンの遅延 Green 関数の二乗に比例することを導出した。
3. 以上のことから、本章での計算によって、界面での交換相互作用を仮定し、強磁性絶縁体としてスピン波近似に限る場合「金属のモデルハミルトニアンによらず、生成スピン流が、金属の動的横帯磁率と強磁性絶縁体の遅延 Green 関数の二乗の積に比例する」という最も一般的な生成スピン流の式を導出することができた。
4. 金属を接合した磁性絶縁体におけるマグノンの Gilbert 緩和項変調を、Dyson 方程式から導出した。得られた式から、スピン波の線形近似の範囲において、マグノンの Gilbert 緩和項変調はスピポンピングにより生成するスピン流に比例することを示した。
5. キュリー温度近くにある弱い遍歴強磁性体を金属として用いた時、スピン相関関数の虚部を自己無撞着な繰り込み理論から導いて、キュリー温度近傍におけるスピポンピング現象を理論的に調べた。この時、
 - SS のキュリー点近傍では、スピンコンダクタンスを与える動的帯磁率の増大が原因で、スピポンピングの効率が増大すること

- スピン流を金属の温度の関数として見ると、キュリー温度の前後で非対称性が見られること
- この非対称性は、SSである遍歴強磁性体にて起きる自発的対称性の破れにより生まれた、金属のスピン相関関数（動的帯磁率）の異方性に由来すること
- スピンプンピングの増幅率は、金属のスピン反転時間と磁性絶縁体の共鳴周波数の積によって決定されること

の3点を明らかにした.

キュリー温度近傍にある遍歴磁性金属への増強された直流スピンプンピングに関する研究成果は、以下の論文に掲載された.

[52] Y. Ohnuma, H. Adachi, E. Saitoh, and S. Maekawa, “Enhanced dc spin pumping into a fluctuating ferromagnet near T_C ”, *Physical Review B* **89**, 174417 (2014).

第 4 章

反強磁性絶縁体及びフェリ磁性絶縁体におけるスピンゼーベック効果

本章では、強磁性体で盛んに研究されているスピンゼーベック効果を、反強磁性絶縁体及びフェリ磁性絶縁体へと拡張し、縦型スピンゼーベック効果の配置で生成されるスピン流を、非平衡 Green 関数法に基づく線形応答理論を用いて計算する。まず、反強磁性絶縁体及びフェリ磁性絶縁体と金属との界面相互作用のモデル化を行う。その後、局所熱平衡状態の仮定において、第 2 章と同様に、金属での生成スピン流の式を導出する。ここで得られるスピン演算子の相関関数をマグノンの Green 関数として表すために、反強磁性絶縁体及びフェリ磁性絶縁体をマグノンの生成消滅演算子で表す。そうして得られたスピン流の、特に反強磁性絶縁体において消失する条件や、特に補償温度において有限となる条件を調べる。最後に、近年行われたガドリニウム鉄ガーネット ($\text{Gd}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$) と白金 (Pt) の二層構造におけるスピンゼーベック効果の実験結果 [42] と、報告された二度の符号反転について紹介し、その理論的説明を行う。

なお、この章の内容の一部は、既に文献 [68] と [42] によって出版されている。

4.1 反強磁性体及びフェリ磁性体の特徴

磁性体の中で隣接スピンの互いに逆を向いて打ち消し合っているような磁性を反強磁性という [10](図 4.1a)。この時、同じ向きを持つスピンの格子を組んでいるため、それぞれを副格子スピンと呼ぶ。異なる副格子スピンの互いに打ち消し合っているために自発磁化を形成しないため強い磁性は生じない。しかし隣接するスピンの互いに相互作用によって逆向きを向いているので、磁気転移温度 (Neel 温度 T_N) まで規則正しいスピン配列を示す。そのため、外部磁場をかけても、スピンの外部磁場の方向を向きにくいという特徴がある。反強磁性体の具体的な物質として酸化マンガン MnO 、酸化ニッケル NiO などが知られている [10]。

一方で、副格子を構成する磁性原子の種類や数が異なるために、副格子スピンの逆向きでも、差し引きで自発磁化が生じることがある。このような磁性をフェリ磁性と呼ぶ [10](図 4.1b)。フェリ磁性では、副格子スピンの大きさだけでなく、副格子間の交換積分も異なる値を取りうる。フェリ磁性体の具体的な物質として、希土類イオン (Re) と鉄イオン (Fe) で構成されるガーネット $\text{Re}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ [10] などが知られている。

フェリ磁性体に特有の現象として「磁気補償効果」が知られている。これは、大きいスピンを持つが交換積分が小さく熱で擾乱されやすい副格子と、小さいスピンを持つが交換積分が大きく熱で擾乱され

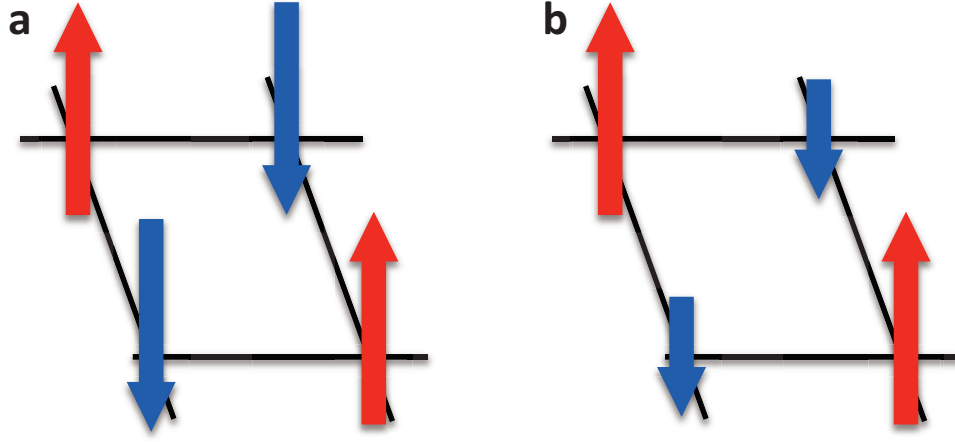


図 4.1 図 a：反強磁性体の模式図，図 b：フェリ磁性体の模式図．ここで，赤と青の矢印は異なる副格子スピンを表している．

にくい副格子が反強磁性的に結合しているとき，磁気転移温度以下で自発磁化が消失する現象を指す [10, 69, 70, 71, 72].

近年，スピントロニクス分野においても，反強磁性体やフェリ磁性体を材料として用いたり [73, 74, 75, 76]，副格子スピンのダイナミクスに注目した研究 [77, 78] が行われており，こうした物質でのスピン流生成現象を微視的に議論することが望まれている．

4.2 反強磁性絶縁体及びフェリ磁性絶縁体と金属との界面相互作用

第 2 章では，強磁性絶縁体と金属の二層構造における生成スピン流の式 (2.123) を導いた．この節では，式 (2.123) を反強磁性絶縁体及びフェリ磁性絶縁体と金属の二層構造に拡張するため，接合面における界面相互作用のモデルハミルトニアンを示す．

まず，フェリ磁性絶縁体及び反強磁性絶縁体を記述する Heisenberg 型のハミルトニアンを以下のように表す [79]：

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_F = & -J_A \sum_{\langle i, i' \rangle \in A} \mathbf{S}_{A,i} \cdot \mathbf{S}_{A,i'} - J_B \sum_{\langle j, j' \rangle \in B} \mathbf{S}_{B,j} \cdot \mathbf{S}_{B,j'} + J_{AB} \sum_{\langle i \in A, j \in B \rangle} \mathbf{S}_{A,i} \cdot \mathbf{S}_{B,j} \\ & + \sum_{i \in A} \left[g_A \mu_0 \mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{S}_{A,i} - \frac{D_A}{2} (\hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{S}_{A,i})^2 \right] + \sum_{i \in B} \left[g_B \mu_0 \mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{S}_{B,i} - \frac{D_B}{2} (\hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{S}_{B,i})^2 \right]. \quad (4.1) \end{aligned}$$

ここで，定数 J_A, J_B, J_{AB} はそれぞれスピン A 同士，スピン B 同士，スピン A とスピン B 間の交換積分を表す．ここで， J_{AB} は正の値をとる． \mathbf{S}_A を副格子スピン A， \mathbf{S}_B を副格子スピン B と定義する． g_A, g_B, D_A, D_B は，それぞれスピン A とスピン B の g 因子及び一軸磁気異方性磁場を表す．反強磁性絶縁体において，スピン A と B の大きさは等しく，その副格子の格子定数及び格子数は一致する．また， $J_A = J_B, D_A = D_B, g_A = g_B$ となる．一方で，フェリ磁性絶縁体のバルクにおいて，スピン A と B の大きさ及びその副格子の格子定数や格子数は一般に異なる値をとってよい．また，一般に $J_A \neq J_B, D_A \neq D_B, g_A \neq g_B$ となる．

第 2 章での議論を参考に，副格子の局在スピン A と B それぞれが，隣接する金属の電子スピンと s - d

型の交換相互作用するとして、以下の様なモデルハミルトニアンを考える：

$$\mathcal{H}_{\text{sd}} = J_{\text{sd}}^A \sum_{i \in A/P} \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \mathbf{S}_{A,i} + J_{\text{sd}}^B \sum_{j \in B/P} \boldsymbol{\sigma}_j \cdot \mathbf{S}_{B,j}. \quad (4.2)$$

ここで、 $\mathbf{S}_{A,i}$ 及び $\mathbf{S}_{B,j}$ はそれぞれ副格子ごとのスピン演算子を、 i と j はそれぞれ、接合界面における局在スピン A と B の場所を表している（ただし、ここで $i \neq j$ ）。また、 $J_{\text{sd}}^{A,B}$ はそれぞれ、局在スピン A 及び B と、隣接する金属の電子スピンとの交換相互作用の強さを表す。

次に、スピン A と B に対して、以下の様な昇降演算子 S^\pm を導入する：

$$S_{A,i}^\pm = S_{A,i}^x \pm iS_{A,i}^y, \quad (4.3)$$

$$S_{B,j}^\pm = S_{B,j}^x \pm iS_{B,j}^y. \quad (4.4)$$

式 (4.3) と (4.4) を用いて、ハミルトニアン (4.2) は以下のように変形される：

$$\mathcal{H}_{\text{sd}} = \mathcal{H}_{\text{sd}}^A + \mathcal{H}_{\text{sd}}^B. \quad (4.5)$$

ここで、

$$\mathcal{H}_{\text{sd}}^A = \frac{J_{\text{sd}}^A}{2} \sum_{i \in A/P} (\sigma_i^- S_{A,i}^+ + \sigma_i^+ S_{A,i}^- + 2\sigma_i^z S_{A,i}^z), \quad (4.6)$$

$$\mathcal{H}_{\text{sd}}^B = \frac{J_{\text{sd}}^B}{2} \sum_{j \in B/P} (\sigma_j^- S_{B,j}^+ + \sigma_j^+ S_{B,j}^- + 2\sigma_j^z S_{B,j}^z). \quad (4.7)$$

とした。式 (4.5) と (4.6), (4.7) を用いて、以下の節で生成スピン流の式を導く。

4.3 副格子ごとから得られる生成スピン流の式

反強磁性絶縁体及びフェリ磁性絶縁体から隣接する金属に注入されるスピン流 $I_S = \sum_i^{\text{int}} \langle \partial_t \sigma_i^z(t) \rangle$ を、第二章と同様に Heisenberg の運動方程式を用いて計算する。まず $\langle \partial_t \sigma_i^z(t) \rangle$ について、

$$\begin{aligned} \langle \partial_t \sigma_i^z(t) \rangle &= \frac{i}{\hbar} \langle [(\mathcal{H}_{\text{sd}}^A(t) + \mathcal{H}_{\text{sd}}^B(t)), \sigma_i^z(t)] \rangle, \\ &= \frac{i}{2\hbar} J_{\text{sd}}^A \sum_{i' \in A/P} \left(\langle [\sigma_{i'}^-(t), \sigma_i^z(t)] S_{i'}^+(t) \rangle + \langle [\sigma_{i'}^+(t), \sigma_i^z(t)] S_{i'}^-(t) \rangle \right) \\ &\quad + \frac{i}{2\hbar} J_{\text{sd}}^B \sum_{j' \in B/P} \left(\langle [\sigma_{j'}^-(t), \sigma_i^z(t)] S_{j'}^+(t) \rangle + \langle [\sigma_{j'}^+(t), \sigma_i^z(t)] S_{j'}^-(t) \rangle \right), \\ &= \frac{i}{2\hbar} J_{\text{sd}}^A \sum_{i' \in A/P} \delta_{ii'} \left(\langle \sigma_{i'}^-(t) S_{i'}^+(t) \rangle - \text{h.c.} \right) \\ &\quad + \frac{i}{2\hbar} J_{\text{sd}}^B \sum_{j' \in B/P} \delta_{ij'} \left(\langle \sigma_{j'}^-(t) S_{j'}^+(t) \rangle - \text{h.c.} \right), \end{aligned} \quad (4.8)$$

と求められる。式 (4.8) を見ると、第一項は副格子スピン A のみの情報を含み、反対に第二項は副格子スピン B のみの情報を含む。そこで、式 (4.8) の第一項を、副格子スピン A から生成されるスピン流 I_S^A とみなす。同様に、式 (4.8) の第二項を、副格子スピン B から生成されるスピン流 I_S^B とみなす。このとき、

$$I_S = I_S^A + I_S^B, \quad (4.9)$$

が満たされる.

副格子スピン A と金属界面での非平衡 Green 関数を $\mathcal{C}_{i,i'}(\tau, \tau') = (-i)\langle T_C S_{A,i}^+(\tau) \sigma_{i'}^-(\tau') \rangle$, 副格子スピン B と金属界面での非平衡 Green 関数を $\mathcal{D}_{j,j'}(\tau, \tau') = (-i)\langle T_C S_{B,j}^+(\tau) \sigma_{j'}^-(\tau') \rangle$ と定義する. すると, $\mathcal{C}_{i,i'}(\tau, \tau')$ と $\mathcal{D}_{j,j'}(\tau, \tau')$ の lesser 成分 $\mathcal{C}_{i,i'}^<(t, t')$ と $\mathcal{D}_{j,j'}^<(t, t')$ を用いて, I_S^A と I_S^B は以下のように表される:

$$I_S^A = \frac{1}{2\hbar} J_{\text{sd}}^A \sum_{i \in A/P} \text{Re} \mathcal{C}_{i,i}^<(t, t')_{t' \rightarrow t}, \quad (4.10)$$

$$I_S^B = \frac{1}{2\hbar} J_{\text{sd}}^B \sum_{j \in B/P} \text{Re} \mathcal{D}_{j,j}^<(t, t')_{t' \rightarrow t}. \quad (4.11)$$

ここで, 第二章での議論と同様に, $\mathcal{C}_{i,i'}^<(t, t')$ と $\mathcal{D}_{j,j'}^<(t, t')$ の Wigner 表示を導入し, I_S^A と I_S^B を $\mathcal{A}_{i,i'}(\tau, \tau')$ と $\mathcal{B}_{j,j'}(\tau, \tau')$ の Keldysh 成分及び遅延成分で以下のように表す.

$$I_S^A = \frac{1}{2\hbar} J_{\text{sd}}^A \sum_{i \in A/P} \text{Re} \mathcal{C}_{j,j}^K(t, t')_{t' \rightarrow t}, \quad (4.12)$$

$$I_S^B = \frac{1}{2\hbar} J_{\text{sd}}^B \sum_{j \in B/P} \text{Re} \mathcal{D}_{j,j}^<(t, t')_{t' \rightarrow t}. \quad (4.13)$$

次に, 界面での交換相互作用 (4.5), (4.6), (4.7) に対して, 二次の摂動計算を行う.

まず, I_S^A について計算する. $J_{\text{sd}}^A \mathcal{C}_{i,i}^<(t, t')$ を摂動展開すると, 摂動の最低次の項 $\mathcal{C}_{i,i}^{<(2)}(t, t')_{t' \rightarrow t}$ は以下のように表される:

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{i,i}^{<(2)}(t, t')_{t' \rightarrow t} &= (-i)^2 J_{\text{sd}}^A \sum_{i' \in A/P} \int_C d\tau_1 \langle T_C \sigma_i^-(t) \sigma_{i'}^+(\tau_1) S_{A,i'}^-(\tau_1) S_{A,i}^+(\tau_1) \rangle \\ &\quad + (-i)^2 J_{\text{sd}}^B \sum_{j' \in B/P} \int_C d\tau_1 \langle T_C \sigma_i^-(t) \sigma_{j'}^+(\tau_1) S_{B,j'}^-(\tau_1) S_{A,i}^+(\tau_1) \rangle, \\ &= J_{\text{sd}}^A \sum_{i' \in A/P} \int_C d\tau_1 [\chi_{ii'}(t, \tau_1) G_{AA,i'i}(\tau_1, t')]^< \\ &\quad + J_{\text{sd}}^B \sum_{j' \in B/P} \int_C d\tau_1 [\chi_{ij'}(t, \tau_1) G_{BA,j'i}(\tau_1, t')]^<. \end{aligned} \quad (4.14)$$

ここで, $\chi_{ii'}(t, \tau_1) = (-i)\langle T_C \sigma_i^+(t) \sigma_{i'}^-(\tau_1) \rangle$, $G_{AA,i'i}(\tau_1, t') = (-i)\langle T_C S_{A,i'}^+(\tau_1) S_{A,i}^-(t') \rangle$, $G_{BA,j'i}(\tau_1, t') = (-i)\langle T_C S_{B,j'}^+(\tau_1) S_{A,i}^-(t') \rangle$ とおいた.

Langreth の定理から,

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{i,i}^{K(2)}(t, t')_{t' \rightarrow t} &= J_{\text{sd}}^A \sum_{i' \in A/P} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 [\chi_{ii'}^R(t, t_1) G_{AA,i'i}^<(t_1, t') + \chi_{ii'}^K(t, t_1) G_{AA,i'i}^R(t_1, t')] \\ &\quad + J_{\text{sd}}^B \sum_{j' \in B/P} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 [\chi_{ij'}^R(t, t_1) G_{BA,j'i}^K(t_1, t') + \chi_{ij'}^K(t, t_1) G_{BA,j'i}^A(t_1, t')] \end{aligned} \quad (4.15)$$

を得る.

式 (4.15) を式 (4.12) に代入し, 第二章で式 (2.114) を導出した際と同様に, 界面での格子点の個数 N_{imp} に比例する項のみ取り出すと, $G_{AA,i'i}(t_1, t')$ を含む項のみが有限となる. こうしてスピン流 I_s^A

の式,

$$I_S^A = \frac{1}{2\hbar} \left(\frac{J_{sd}^A}{\hbar} \right)^2 \frac{N_{\text{imp}}^A}{2N_N N_{\text{Ferri}}} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \times \text{Re} \left[\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega, \bar{t}) G_{AA, \mathbf{q}}^K(\omega, \bar{t}) + \chi_{\mathbf{k}}^K(\omega, \bar{t}) G_{AA, \mathbf{q}}^A(\omega, \bar{t}) \right], \quad (4.16)$$

を得る. 同様に, I_S^B についても,

$$I_S^B = \frac{1}{2\hbar} \left(\frac{J_{sd}^B}{\hbar} \right)^2 \frac{N_{\text{imp}}^B}{2N_N N_{\text{Ferri}}} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \times \text{Re} \left[\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega, \bar{t}) G_{BB, \mathbf{q}}^K(\omega, \bar{t}) + \chi_{\mathbf{k}}^K(\omega, \bar{t}) G_{BB, \mathbf{q}}^A(\omega, \bar{t}) \right], \quad (4.17)$$

を得る. ここで $\chi_{\mathbf{k}}^<(\omega, \bar{t})$ は式 (2.112) と同様に定義され, $G_{AA/BB, \mathbf{q}}(\bar{\mathbf{R}}, \omega, \bar{t})$ は

$$G_{AA/BB, \mathbf{q}}(\bar{\mathbf{R}}, \omega, \bar{t}) = \int_{-\infty}^{\infty} d\delta t \int d(\delta \bar{\mathbf{r}}) G_{AA/BB}(\delta \bar{\mathbf{r}}, \bar{\mathbf{R}}, \delta t, \bar{t}) e^{-i(\mathbf{q} \cdot \delta \bar{\mathbf{r}} - \omega \delta t)}, \quad (4.18)$$

$$G_{AA/BB}(\delta \bar{\mathbf{r}}, \bar{\mathbf{R}}, \delta t, \bar{t}) = (-i) \langle T_C S_{A, B}^+(i', \tau_1) S_{A, B}^-(i, t') \rangle \quad (4.19)$$

と定義される. ここで, $G_{AA/BB, \mathbf{q}}(\bar{\mathbf{R}}, \omega, \bar{t})$ の遅延成分 $G_{AA/BB, \mathbf{q}}^R(\bar{\mathbf{R}}, \omega, \bar{t})$ に着目すると, これは副格子ごとの横スピン帯磁率に相当することが分かる. つまり, スピンゼーベック効果による生成スピン流 (4.9) は, 副格子ごとの寄与 (4.16) と (4.17) からなり, それぞれ副格子ごとの横スピン帯磁率と Keldysh 成分から得られることが示された.

4.4 副格子ごとのスピン帯磁率のモード展開

前節で, スピンゼーベック効果による生成スピン流 (4.9) が副格子ごとのスピン帯磁率でかけることを示した. しかしながら, フェリ磁性では副格子間の交換積分 J_{AB} が有限であるため, S_A^+ や S_B^+ でハミルトニアンを対角化することはできない. そこで本節では, フェリ磁性体及びその特殊例としての反強磁性体を記述するハミルトニアンを, Holstein Primakoff 変換と Bogoliubov 変換を用いて, マグノンの生成消滅演算子で書き表し [56], 副格子ごとのスピン帯磁率がモードごとのマグノンの Green 関数で展開する.

4.4.1 スピンハミルトニアンのマグノン表示

フェリ磁性体及び反強磁性体を記述する Heisenberg 型のハミルトニアン (4.1) を以下に再掲する:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_F = & -J_A \sum_{\langle i, i' \rangle \in A} \mathbf{S}_{A, i} \cdot \mathbf{S}_{A, i'} - J_B \sum_{\langle j, j' \rangle \in B} \mathbf{S}_{B, j} \cdot \mathbf{S}_{B, j'} + J_{AB} \sum_{\langle i \in A, j \in B \rangle} \mathbf{S}_{A, i} \cdot \mathbf{S}_{B, j} \\ & + \sum_{i \in A} \left[g_A \mu_0 \mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{S}_{A, i} - \frac{D_A}{2} (\hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{S}_{A, i})^2 \right] + \sum_{i \in B} \left[g_B \mu_0 \mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{S}_{B, i} - \frac{D_B}{2} (\hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{S}_{B, i})^2 \right]. \quad (4.20) \end{aligned}$$

次に、量子化軸をスピン A (\mathbf{S}_A) と平行にとる. \mathbf{S}_A には以下のように Holstein Primakoff 変換を行う:

$$\begin{aligned} S_{A,i}^+ &= \sqrt{2S_A} \sqrt{1 - \frac{a_i^\dagger a_i}{2S_A}} a_i = \sqrt{2S_A} f(S_A) a_i, \\ S_{A,i}^- &= \sqrt{2S_A} a_i^\dagger \sqrt{1 - \frac{a_i^\dagger a_i}{2S_A}} = \sqrt{2S_A} a_i^\dagger f(S_A), \\ S_{A,i}^z &= S_A - a_i^\dagger a_i. \end{aligned} \quad (4.21)$$

スピン B (\mathbf{S}_B) に対する変換を考える. 角運動量の行列要素は以下のように表される:

$$S_i^+ g_S^m = \sqrt{(S-m)(S+m+1)} g_S^{m+1}, \quad (4.22)$$

$$S_i^- g_S^m = \sqrt{(S+m)(S-m+1)} g_S^{m-1}, \quad (4.23)$$

$$S_i^z g_S^m = m g_S^m. \quad (4.24)$$

\mathbf{S}_B は量子化軸と反対方向を向いているので $n_i = S + S_i^z$ と表される. n_i を用いると角運動量の係数は以下のように表される:

$$\begin{aligned} \sqrt{(S-m)(S+m+1)} &= \sqrt{(2S-n)(n+1)} = \sqrt{2S} \sqrt{1 - \frac{n}{2S}} \sqrt{n+1}, \\ \sqrt{(S+m)(S-m+1)} &= \sqrt{n(2S-n+1)} = \sqrt{2S} \sqrt{1 - \frac{n-1}{2S}} \sqrt{n}. \end{aligned} \quad (4.25)$$

$S^z = -S + b^\dagger b$ とおき, 付録 A での議論を参考にして

$$S_i^+ = \sqrt{2S} b_i^\dagger \sqrt{1 - \frac{b_i^\dagger b_i}{2S}}, \quad (4.26)$$

$$S_i^- = \sqrt{2S} \sqrt{1 - \frac{b_i^\dagger b_i}{2S}} b_i, \quad (4.27)$$

を得る. $g(S_B) = \sqrt{1 - \frac{b_i^\dagger b_i}{2S_B}}$ とおくと \mathbf{S}_B が満たす変換は

$$\begin{aligned} S_{B,i}^+ &= \sqrt{2S_B} b_i^\dagger g(S_B), \\ S_{B,i}^- &= \sqrt{2S_B} g(S_B) b_i, \\ S_{B,i}^z &= -S_B + b_i^\dagger b_i, \end{aligned} \quad (4.28)$$

と表される.

(4.21), (4.28) から (4.20) を以下のように Holstein Primakoff 変換する :

$$\begin{aligned}
-J_A \sum_{\langle i, i' \rangle \in A} \mathbf{S}_{A,i} \cdot \mathbf{S}_{A,i'} &= -\frac{J_A}{2} \sum_{\langle i, i' \rangle \in A} (S_{A,i}^+ S_{A,i'}^- + S_{A,i}^- S_{A,i'}^+ + 2S_{A,i}^z S_{A,i'}^z) \\
&= -J_A S_A \sum_{\langle i, i' \rangle \in A} [f(S_{A,i}) a_i a_{i'}^\dagger f(S_{A,i'}) + a_i^\dagger f(S_{A,i}) f(S_{A,i'}) a_{i'} \\
&\quad - a_i^\dagger a_i - a_{i'}^\dagger a_{i'} + a_i^\dagger a_i a_{i'}^\dagger a_{i'}] \quad (4.29)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-J_B \sum_{\langle j, j' \rangle \in B} \mathbf{S}_{B,j} \cdot \mathbf{S}_{B,j'} &= -\frac{J_B}{2} \sum_{\langle j, j' \rangle \in B} (S_{B,j}^+ S_{B,j'}^- + S_{B,j}^- S_{B,j'}^+ + 2S_{B,j}^z S_{B,j'}^z) \\
&= -J_B S_B \sum_{\langle j, j' \rangle \in B} [b_j^\dagger g(S_{B,j}) g(S_{B,j'}) b_{j'} + g(S_{B,j}) b_j b_{j'}^\dagger g(S_{B,j'}) \\
&\quad - b_j^\dagger b_j - b_{j'}^\dagger b_{j'} + b_j^\dagger b_j b_{j'}^\dagger b_{j'}] \quad (4.30)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_{AB} \sum_{\langle i \in A, j \in B \rangle} \mathbf{S}_{A,i} \cdot \mathbf{S}_{B,j} &= -\frac{J_{AB}}{2} \sum_{\langle i \in A, j \in B \rangle} (S_{A,i}^+ S_{B,j}^- + S_{A,i}^- S_{B,j}^+ + 2S_{A,i}^z S_{B,j}^z) \\
&= J_{AB} \sqrt{S_A S_B} \sum_{\langle i \in A, j \in B \rangle} [f(S_{A,i}) a_i g(S_{B,j}) b_j + a_i^\dagger f(S_{A,i}) b_j^\dagger g(S_{B,j})] \\
&\quad + J_{AB} (S_B z_B \sum_{\langle i \in A \rangle} a_i^\dagger a_i + S_A z_A \sum_{\langle j \in B \rangle} b_j^\dagger b_j - \sum_{\langle i \in A, j \in B \rangle} a_i^\dagger a_i b_j^\dagger b_j) \quad (4.31)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i \in A} \left[g_A \mu_0 \mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{S}_{A,i} - \frac{D_A}{2} (\hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{S}_{A,i})^2 \right] &= \sum_{i \in A} \left[g_A \mu_0 H_0 S_{A,i}^z - \frac{D_A}{2} (S_{A,i}^z)^2 \right] \\
&= \sum_{i \in A} (-g_A \mu_0 H_0 + D_A S_A) a_i^\dagger a_i \quad (4.32)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{j \in B} \left[g_B \mu_0 \mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{S}_{B,j} - \frac{D_B}{2} (\hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{S}_{B,j})^2 \right] &= \sum_{j \in B} \left[g_B \mu_0 H_0 S_{B,j}^z - \frac{D_B}{2} (S_{B,j}^z)^2 \right] \\
&= \sum_{j \in B} (g_B \mu_0 H_0 + D_B S_B) b_j^\dagger b_j \quad (4.33)
\end{aligned}$$

ただし, ここで定数項は無視している.

ここで $f(S_A)$ と $g(S_B)$ は

$$\begin{aligned}
f(S_{A,i}) &= 1 - \frac{a_i^\dagger a_i}{2S_A} - \dots, \\
g(S_{B,i}) &= 1 - \frac{b_i^\dagger b_i}{2S_B} - \dots, \quad (4.34)
\end{aligned}$$

で定義される. a 及び b の 4 次以上の項を無視し, 対称性から $\sum_{i,j} a_i^\dagger a_i = \sum_{i,j} a_j^\dagger a_j$, $\sum_{i,j} a_i^\dagger a_j =$

$\sum_{i,j} a_i a_j^\dagger$ (b も同様) となることを利用すると, (4.29-4.31) はそれぞれ以下のように表される.

$$-J_A \sum_{\langle i,i' \rangle \in A} \mathbf{S}_{A,i} \cdot \mathbf{S}_{A,i'} \approx -2J_A S_A \sum_{\langle i,i' \rangle \in A} a_i^\dagger a_{i'} + 2J_A S_A z_A \sum_{i \in A} a_i^\dagger a_i \quad (4.35)$$

$$-J_B \sum_{\langle j,j' \rangle \in B} \mathbf{S}_{B,j} \cdot \mathbf{S}_{B,j'} \approx -2J_B S_B \sum_{\langle j,j' \rangle \in B} b_j^\dagger b_{j'} + 2J_B S_B z_B \sum_{j \in B} b_j^\dagger b_j \quad (4.36)$$

$$\begin{aligned} J_{AB} \sum_{\langle i \in A, j \in B \rangle} \mathbf{S}_{A,i} \cdot \mathbf{S}_{B,j} &\approx J_{AB} \sqrt{S_A S_B} \sum_{\langle i \in A, j \in B \rangle} (a_i b_j + a_i^\dagger b_j^\dagger) \\ &\quad + J_{AB} (S_B z_B \sum_{i \in A} a_i^\dagger a_i + S_A z_A \sum_{j \in B} b_j^\dagger b_j) \end{aligned} \quad (4.37)$$

以上の結果を整理する:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{HP}} &= (J_{AB} S_B z_{AB} + 2J_A S_A z_A - g_A \mu_0 H_0 + D_A S_A) \sum_{i \in A} a_i^\dagger a_i \\ &\quad + (J_{AB} S_A z_{AB} + 2J_B S_B z_B + g_B \mu_0 H_0 + D_B S_B) \sum_{j \in B} b_j^\dagger b_j \\ &\quad - 2J_A S_A \sum_{\langle i,i' \rangle \in A} a_i^\dagger a_{i'} - 2J_B S_B \sum_{\langle j,j' \rangle \in B} b_j^\dagger b_{j'} \\ &\quad + J_{AB} \sqrt{S_A S_B} \sum_{\langle i \in A, j \in B \rangle} (a_i b_j + a_i^\dagger b_j^\dagger). \end{aligned} \quad (4.38)$$

ここで, a 及び b を Fourier 変換する:

$$a_{\mathbf{q}} = \frac{1}{\sqrt{N_F}} \sum_{\mathbf{i}} a_i e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}_i} \quad (4.39)$$

$$b_{\mathbf{q}} = \frac{1}{\sqrt{N_F}} \sum_{\mathbf{j}} b_j e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}_j}. \quad (4.40)$$

(4.40) を使うと (4.38) 中の対角成分は以下のように計算される:

$$\begin{aligned} \sum_{i \in A} a_i^\dagger a_i &= \sum_{\mathbf{q}} a_{\mathbf{q}}^\dagger a_{\mathbf{q}} \\ \sum_{j \in B} b_j^\dagger b_j &= \sum_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}}^\dagger b_{\mathbf{q}} \\ \sum_{\langle i,i' \rangle \in A} a_i^\dagger a_{i'} &= \frac{1}{N_F} \sum_{i \in A} \sum_m \sum_{\mathbf{q}, \mathbf{q}'} a_{\mathbf{q}}^\dagger a_{\mathbf{q}'} e^{i\mathbf{q}' \cdot \mathbf{R}_m} e^{i(\mathbf{q}' - \mathbf{q}) \cdot \mathbf{R}_i} \\ &= z_A \sum_{\mathbf{q}} \gamma_{\mathbf{q}}^A a_{\mathbf{q}}^\dagger a_{\mathbf{q}} \\ \sum_{\langle j,j' \rangle \in B} b_j^\dagger b_{j'} &= z_B \sum_{\mathbf{q}} \gamma_{\mathbf{q}}^B b_{\mathbf{q}}^\dagger b_{\mathbf{q}}. \end{aligned} \quad (4.41)$$

ここで $\mathbf{R}_m = \mathbf{R}_i - \mathbf{R}_{i'}$ 及び $\mathbf{R}_n = \mathbf{R}_j - \mathbf{R}_{j'}$, $\gamma_{\mathbf{q}}^A = \frac{1}{z_A} \sum_m e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}_m}$, $\gamma_{\mathbf{q}}^B = \frac{1}{z_B} \sum_n e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}_n}$ とした. 立方格子を考える時, $\gamma_{\mathbf{q}}^A = \gamma_{\mathbf{q}}^B = \gamma_{\mathbf{q}}$ 及び $z_A = z_B = z$ となる.

同様に非対角成分も Fourier 変換する：

$$\begin{aligned} \sum_{\langle i \in A, j \in B \rangle} a_i b_j &= \frac{1}{N_F} \sum_{\mathbf{q}, \mathbf{q}'} \sum_{\langle i \in A, j \in B \rangle} a_{\mathbf{q}'} b_{\mathbf{q}} e^{i\mathbf{q}' \cdot \mathbf{R}_i} e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}_j} \\ &= z_{AB} \sum_{\mathbf{q}} \gamma_{\mathbf{q}}^{AB} a_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (4.42)$$

$$\sum_{\langle i \in A, j \in B \rangle} a_i^\dagger b_j^\dagger = z_{AB} \sum_{\mathbf{q}} \gamma_{\mathbf{q}}^{AB} a_{\mathbf{q}}^\dagger b_{\mathbf{q}}^\dagger. \quad (4.43)$$

ここで $\mathbf{R}_n = \mathbf{R}_j - \mathbf{R}_i$ 及び $\gamma_{\mathbf{q}}^{AB} = \frac{1}{z_{AB}} \sum_n e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{R}_n}$ とした。

以上を整理して (4.38) は以下のように表される：

$$\mathcal{H}_{HP} = \sum_{\mathbf{q}} [\varepsilon_{\mathbf{q}}^a a_{\mathbf{q}}^\dagger a_{\mathbf{q}} + \varepsilon_{\mathbf{q}}^b b_{\mathbf{q}}^\dagger b_{\mathbf{q}} + \eta_{\mathbf{q}} (a_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}} + b_{\mathbf{q}}^\dagger a_{\mathbf{q}}^\dagger)] \quad (4.44)$$

ここで

$$\varepsilon_{\mathbf{q}}^a = J_{AB} S_B z_{AB} (1 - \gamma_{\mathbf{q}}^{AB}) + 2J_A S_A z (1 - \gamma_{\mathbf{q}}) - g_A \mu_0 H_0 + D_A S_A \quad (4.45)$$

$$\varepsilon_{\mathbf{q}}^b = J_{AB} S_B z_{AB} (1 - \gamma_{\mathbf{q}}^{AB}) + 2J_B S_B z (1 - \gamma_{\mathbf{q}}) + g_B \mu_0 H_0 + D_B S_B \quad (4.46)$$

$$\eta_{\mathbf{q}} = J_{AB} \sqrt{S_A S_B} \gamma_{\mathbf{q}}^{AB} \quad (4.47)$$

とおいた。

Boson 演算子が 2 種類現れるのは、フェリ磁性体の副格子スピンの 2 種類あることを反映している。また、前述の通り 2 種類のスピン間の交換積分 J_{AB} が有限で、量子化軸からのスピンのずれ a, b がそのまま固有状態とはならない。そこで、ハミルトニアンを非対角成分を消去しスピン波の固有エネルギーを求めるため、以下のように Holstein Primakoff 演算子を線形変換する：

$$a_{\mathbf{q}} = u_{\mathbf{q}}^+ \alpha_{\mathbf{q}} + u_{\mathbf{q}}^- \beta_{\mathbf{q}}^\dagger \quad (4.48)$$

$$b_{\mathbf{q}} = u_{\mathbf{q}}^+ \beta_{\mathbf{q}} + u_{\mathbf{q}}^- \alpha_{\mathbf{q}}^\dagger. \quad (4.49)$$

ここで $\alpha_{\mathbf{q}}$ と $\beta_{\mathbf{q}}$ が以下に示す Boson の交換関係を満たすとする。

$$[\alpha_{\mathbf{q}}, \alpha_{\mathbf{q}'}^\dagger] = \delta_{\mathbf{q}\mathbf{q}'} \quad (4.50)$$

$$[\beta_{\mathbf{q}}, \beta_{\mathbf{q}'}^\dagger] = \delta_{\mathbf{q}\mathbf{q}'}$$

$$[\alpha_{\mathbf{q}}, \beta_{\mathbf{q}'}^\dagger] = 0 \quad (4.51)$$

$u_{\mathbf{q}}^\pm$ が満たす式は以下のように求められる。

$$\begin{aligned} [a_{\mathbf{q}}, a_{\mathbf{q}'}^\dagger] &= \delta_{\mathbf{q}\mathbf{q}'} \\ u_{\mathbf{q}'}^+ u_{\mathbf{q}}^+ [\alpha_{\mathbf{q}'}, \alpha_{\mathbf{q}}^\dagger] + u_{\mathbf{q}'}^- u_{\mathbf{q}}^- [\beta_{\mathbf{q}'}^\dagger, \beta_{\mathbf{q}}] &= \delta_{\mathbf{q}\mathbf{q}'} \\ (u_{\mathbf{q}}^+ u_{\mathbf{q}'}^+ - u_{\mathbf{q}}^- u_{\mathbf{q}'}^-) &= \delta_{\mathbf{q}\mathbf{q}'} \end{aligned} \quad (4.52)$$

両辺を \mathbf{q} について和をとり、 $u_{\mathbf{q}}^+$ と $u_{\mathbf{q}}^-$ の間の関係式を以下のように導く。

$$(u_{\mathbf{q}}^+)^2 - (u_{\mathbf{q}}^-)^2 = 1 \quad (4.53)$$

$u_q^+(u_q^-)$ は変換後のハミルトニアン³の非対角成分が0 となるように決定される．ハミルトニアン³の各成分をそれぞれ線形変換する．

$$\begin{aligned} a_q^\dagger a_q &= (u_q^+ \alpha_q^\dagger + u_q^- \beta_q)(u_q^+ \alpha_q + u_q^- \beta_q^\dagger) \\ &= (u_q^+)^2 \alpha_q^\dagger \alpha_q + (u_q^-)^2 \beta_q \beta_q^\dagger + u_q^+ u_q^- (\alpha_q^\dagger \beta_q^\dagger + \beta_q \alpha_q) \end{aligned} \quad (4.54)$$

$$\begin{aligned} b_q^\dagger b_q &= (u_q^+ \beta_q^\dagger + u_q^- \alpha_q)(u_q^+ \beta_q + u_q^- \alpha_q^\dagger) \\ &= (u_q^+)^2 \beta_q^\dagger \beta_q + (u_q^-)^2 \alpha_q \alpha_q^\dagger + u_q^+ u_q^- (\beta_q^\dagger \alpha_q^\dagger + \alpha_q \beta_q) \end{aligned} \quad (4.55)$$

$$\begin{aligned} a_q b_q &= (u_q^+ \alpha_q + u_q^- \beta_q^\dagger)(u_q^+ \beta_q + u_q^- \alpha_q^\dagger) \\ &= (u_q^+)^2 \alpha_q \beta_q + (u_q^-)^2 \beta_q^\dagger \alpha_q^\dagger + u_q^+ u_q^- (\alpha_q \alpha_q^\dagger + \beta_q^\dagger \beta_q) \end{aligned} \quad (4.56)$$

$$b_q^\dagger a_q^\dagger = (u_q^+)^2 \beta_q^\dagger \alpha_q^\dagger + (u_q^-)^2 \alpha_q \beta_q + u_q^+ u_q^- (\alpha_q \alpha_q^\dagger + \beta_q^\dagger \beta_q) \quad (4.57)$$

これは Bogoliubov 変換と呼ばれる．(4.48)，(4.49)，(4.54)-(4.57) を用いて (4.44) を変換する．

$$\mathcal{H}_{Bog} = \sum_q [E_q^\alpha \alpha_q^\dagger \alpha_q + E_q^\beta \beta_q^\dagger \beta_q + D_q (\alpha_q \beta_q + \alpha_q^\dagger \beta_q^\dagger)] \quad (4.58)$$

ここで，

$$E_q^\alpha = \varepsilon_q^a (u_q^+)^2 + \varepsilon_q^b (u_q^-)^2 + 2\eta_q u_q^+ u_q^- \quad (4.59)$$

$$E_q^\beta = \varepsilon_q^a (u_q^-)^2 + \varepsilon_q^b (u_q^+)^2 + 2\eta_q u_q^+ u_q^- \quad (4.60)$$

$$D_q = u_q^+ u_q^- (\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b) + \eta_q ((u_q^+)^2 + (u_q^-)^2) \quad (4.61)$$

と定義した．

任意の波数 q について $D_q = 0$ とすると，

$$u_q^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b}{\sqrt{(\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b)^2 - 4\eta_q^2}}} + 1 \quad (4.62)$$

$$u_q^- = -\text{sgn}(\eta_q) \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b}{\sqrt{(\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b)^2 - 4\eta_q^2}}} - 1 \quad (4.63)$$

が得られる．実際に D_q の式に代入すると，

$$\begin{aligned} D_q &= -\text{sgn}(\eta_q) \frac{\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b}{2} \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b}{\sqrt{(\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b)^2 - 4\eta_q^2}} + 1 \right) \left(\frac{\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b}{\sqrt{(\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b)^2 - 4\eta_q^2}} - 1 \right)} \\ &\quad + \frac{\eta_q}{2} \left(\frac{\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b}{\sqrt{(\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b)^2 - 4\eta_q^2}} + 1 + \frac{\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b}{\sqrt{(\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b)^2 - 4\eta_q^2}} - 1 \right) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (4.64)$$

となり， $D_q = 0$ が確かめられる．また

$$\begin{aligned} (u_q^+)^2 - (u_q^-)^2 &= \frac{\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b}{2\sqrt{(\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b)^2 - 4\eta_q^2}} + \frac{1}{2} - \frac{\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b}{2\sqrt{(\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b)^2 - 4\eta_q^2}} - \frac{1}{2} \\ &= 1 \end{aligned} \quad (4.65)$$

という式から， $(u_q^+)^2 - (u_q^-)^2 = 1$ が成立することが分かる．

(4.63) から, E_q^α と E_q^β を書き下すことができる.

$$\begin{aligned} E_q^\alpha &= \frac{\varepsilon_q^a}{2} \left(\frac{\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b}{\sqrt{(\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b)^2 - 4\eta_q^2}} + 1 \right) + \frac{\varepsilon_q^b}{2} \left(\frac{\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b}{\sqrt{(\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b)^2 - 4\eta_q^2}} - 1 \right) \\ &\quad - \eta_q \text{sgn}(\eta_q) \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b}{\sqrt{(\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b)^2 - 4\eta_q^2}} + 1 \right) \left(\frac{\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b}{\sqrt{(\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b)^2 - 4\eta_q^2}} - 1 \right)} \\ &= \frac{1}{2} \left(\sqrt{(\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b)^2 - 4\eta_q^2} + \varepsilon_q^a - \varepsilon_q^b \right) \end{aligned} \quad (4.66)$$

$$E_q^\beta = \frac{1}{2} \left(\sqrt{(\varepsilon_q^a + \varepsilon_q^b)^2 - 4\eta_q^2} + \varepsilon_q^b - \varepsilon_q^a \right) \quad (4.67)$$

(4.63), (4.66), (4.67) より, フェリ磁性体でのマグノン表示によるハミルトニアンを以下のように導出する.

$$\mathcal{H}_{Bog} = \sum_{\mathbf{q}} (E_q^\alpha \alpha_{\mathbf{q}}^\dagger \alpha_{\mathbf{q}} + E_q^\beta \beta_{\mathbf{q}}^\dagger \beta_{\mathbf{q}}) \quad (4.68)$$

以上のように, Holstein Primakoff 変換及び Bogoliubov 変換を用いて, 一軸磁気異方性をもつフェリ磁性体及び反強磁性体を記述する Heisenberg 型ハミルトニアンをマグノンの生成消滅演算子で書き表す事ができた.

4.4.2 副格子ごとに定義されたスピン帯磁率のマグノン Green 関数による展開

ここでは, マグノンのハミルトニアン (4.68) を元に, 副格子ごとに定義されたスピン帯磁率 $G_{AA/BB}$ を, マグノンの Green 関数で展開する. まず, スピン帯磁率 $G_{AA/BB}$ を Holstein Primakoff 変換での演算子 a, b で, スピン波近似の範囲までで表す:

$$\begin{aligned} G_{AA}(i', i; \tau_1, t') &= (-i) \langle T_C S_A^+(i', \tau_1) S_A^-(i, t') \rangle, \\ &= 2(-i) S_A \langle T_C a(i', \tau_1) a^\dagger(i, t') \rangle, \end{aligned} \quad (4.69)$$

$$\begin{aligned} G_{BB}(i', i; \tau_1, t') &= (-i) \langle T_C S_B^+(i', \tau_1) S_B^-(i, t') \rangle, \\ &= 2(-i) S_B \langle T_C b^\dagger(i', \tau_1) b(i, t') \rangle, \end{aligned} \quad (4.70)$$

ここで, 式 (4.69) と (4.70) では, Boson の生成消滅演算子の順番が逆転している点に注意する.

次に, 式 (4.69) と式 (4.70) を波数で Fourier 変換し, Bogoliubov 変換 (4.48), (4.49) を適用する:

$$\begin{aligned} G_{AA, \mathbf{q}}(\tau_1, t) &= 2(-i) S_A \langle T_C [u_{\mathbf{q}}^+ \alpha_{\mathbf{q}}(\tau_1) + u_{\mathbf{q}}^- \beta_{\mathbf{q}}^\dagger(\tau_1)] [u_{\mathbf{q}}^+ \alpha_{\mathbf{q}}^\dagger(t') + u_{\mathbf{q}}^- \beta_{\mathbf{q}}(t')] \rangle, \\ &= 2(-i) S_A (u_{\mathbf{q}}^+)^2 \langle T_C \alpha_{\mathbf{q}}(\tau_1) \alpha_{\mathbf{q}}^\dagger(t') \rangle \\ &\quad + 2(-i) S_A (u_{\mathbf{q}}^-)^2 \langle T_C \beta_{\mathbf{q}}^\dagger(\tau_1) \beta_{\mathbf{q}}(t') \rangle, \end{aligned} \quad (4.71)$$

$$\begin{aligned} G_{BB, \mathbf{q}}(\tau_1, t) &= 2(-i) S_B \langle T_C [u_{\mathbf{q}}^+ \beta_{\mathbf{q}}^\dagger(\tau_1) + u_{\mathbf{q}}^- \alpha_{\mathbf{q}}(\tau_1)] [u_{\mathbf{q}}^+ \beta_{\mathbf{q}}(t') + u_{\mathbf{q}}^- \alpha_{\mathbf{q}}^\dagger(t')] \rangle, \\ &= 2(-i) S_B (u_{\mathbf{q}}^+)^2 \langle T_C \beta_{\mathbf{q}}^\dagger(\tau_1) \beta_{\mathbf{q}}(t') \rangle \\ &\quad + 2(-i) S_B (u_{\mathbf{q}}^-)^2 \langle T_C \alpha_{\mathbf{q}}(\tau_1) \alpha_{\mathbf{q}}^\dagger(t') \rangle, \end{aligned} \quad (4.72)$$

ここで $\langle T_C \alpha_{\mathbf{q}}(\tau_1) \beta_{\mathbf{q}}(t') \rangle = 0$ という関係式を用いた.

$G_{\alpha, \mathbf{q}}(t, \tau_1) \equiv (-i) \langle T_C \alpha_{\mathbf{q}}(\tau_1) \alpha_{\mathbf{q}}^\dagger(t') \rangle$ と $G_{\beta, \mathbf{q}}(\mathbf{q}, t, \tau_1) \equiv (-i) \langle T_C \beta_{\mathbf{q}}^\dagger(\tau_1) \beta_{\mathbf{q}}(t') \rangle$ を導入すると, 副格

子ごとのスピン帯磁率が

$$G_{AA,\mathbf{q}}(\tau_1, t) = 2S_A[(u_{\mathbf{q}}^+)^2 G_{\alpha,\mathbf{q}}(t, \tau_1) + (u_{\mathbf{q}}^-)^2 G_{\beta,\mathbf{q}}(t, \tau_1)], \quad (4.73)$$

$$G_{BB,\mathbf{q}}(\tau_1, t) = 2S_B[(u_{\mathbf{q}}^+)^2 G_{\beta,\mathbf{q}}(t, \tau_1) + (u_{\mathbf{q}}^-)^2 G_{\alpha,\mathbf{q}}(t, \tau_1)], \quad (4.74)$$

と展開される。ここで、マグノンのハミルトニアン (4.68) を用いて、モードごとの遅延成分 $G_{\alpha,\mathbf{q}}^R(\omega)$ と $G_{\beta,\mathbf{q}}^R(\omega)$ は、

$$G_{\alpha,\mathbf{q}}^R(\omega) = \frac{1}{\omega - \omega_{\mathbf{q}}^\alpha + i\alpha_{\alpha}\omega} \quad (4.75)$$

$$G_{\beta,\mathbf{q}}^R(\omega) = \frac{-1}{\omega + \omega_{\mathbf{q}}^\beta + i\alpha_{\beta}\omega} \quad (4.76)$$

と求められる。ここで $\alpha_{\alpha,\beta}$ はマグノンの各モードの Gilbert 緩和項を表す。

4.5 スピンゼーベック効果のモード展開表示

(4.73) と (4.74) が遅延, 先進, Keldysh 成分で成り立つことから, 副格子ごとのスピン流 (4.16) と (4.17) は、

$$\begin{aligned} I_S^A &= S_0^A \left(\frac{J_{\text{sd}}^A}{\hbar} \right)^2 \frac{N_{\text{imp}}^A}{2N_{\text{N}}N_{\text{Ferri}}} \sum_{\mathbf{k},\mathbf{q}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \\ &\quad \times \left[(u_{\mathbf{q}}^+)^2 \text{Re} \left[\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega, \bar{t}) G_{\alpha,\mathbf{q}}^K(\omega, \bar{t}) + \chi_{\mathbf{k}}^K(\omega, \bar{t}) G_{\alpha,\mathbf{q}}^A(\omega, \bar{t}) \right] \right. \\ &\quad \left. + (u_{\mathbf{q}}^-)^2 \text{Re} \left[\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega, \bar{t}) G_{\beta,\mathbf{q}}^K(\omega, \bar{t}) + \chi_{\mathbf{k}}^K(\omega, \bar{t}) G_{\beta,\mathbf{q}}^A(\omega, \bar{t}) \right] \right], \end{aligned} \quad (4.77)$$

$$\begin{aligned} I_S^B &= S_0^B \left(\frac{J_{\text{sd}}^B}{\hbar} \right)^2 \frac{N_{\text{imp}}^B}{2N_{\text{N}}N_{\text{Ferri}}} \sum_{\mathbf{k},\mathbf{q}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \\ &\quad \times \left[(u_{\mathbf{q}}^+)^2 \text{Re} \left[\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega, \bar{t}) G_{\beta,\mathbf{q}}^K(\omega, \bar{t}) + \chi_{\mathbf{k}}^K(\omega, \bar{t}) G_{\beta,\mathbf{q}}^A(\omega, \bar{t}) \right] \right. \\ &\quad \left. + (u_{\mathbf{q}}^-)^2 \text{Re} \left[\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega, \bar{t}) G_{\alpha,\mathbf{q}}^K(\omega, \bar{t}) + \chi_{\mathbf{k}}^K(\omega, \bar{t}) G_{\alpha,\mathbf{q}}^A(\omega, \bar{t}) \right] \right], \end{aligned} \quad (4.78)$$

と展開される。

式 (4.77) と (4.78) を足した全スピン流は、各モードからのスピン流 I_s^α と I_s^β を、

$$\begin{aligned} I_s^\alpha &= \left(\frac{1}{\hbar} \right)^2 \frac{N_{\text{imp}}}{2N_{\text{N}}N_{\text{Ferri}}} \sum_{\mathbf{k},\mathbf{q}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} [(J_{\text{sd}}^A)^2 S_0^A (u_{\mathbf{q}}^+)^2 + (J_{\text{sd}}^B)^2 S_0^B (u_{\mathbf{q}}^-)^2] \\ &\quad \times \text{Re} \left[\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega, \bar{t}) G_{\alpha,\mathbf{q}}^K(\omega, \bar{t}) + \chi_{\mathbf{k}}^K(\omega, \bar{t}) G_{\alpha,\mathbf{q}}^A(\omega, \bar{t}) \right], \end{aligned} \quad (4.79)$$

$$\begin{aligned} I_s^\beta &= \left(\frac{1}{\hbar} \right)^2 \frac{N_{\text{imp}}}{2N_{\text{N}}N_{\text{Ferri}}} \sum_{\mathbf{k},\mathbf{q}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} [(J_{\text{sd}}^B)^2 S_0^B (u_{\mathbf{q}}^+)^2 + (J_{\text{sd}}^A)^2 S_0^A (u_{\mathbf{q}}^-)^2] \\ &\quad \times \text{Re} \left[\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega, \bar{t}) G_{\beta,\mathbf{q}}^K(\omega, \bar{t}) + \chi_{\mathbf{k}}^K(\omega, \bar{t}) G_{\beta,\mathbf{q}}^A(\omega, \bar{t}) \right], \end{aligned} \quad (4.80)$$

と定義することで、

$$I_s = I_s^\alpha + I_s^\beta \quad (4.81)$$

とまとめることができる。ここで、各モードのマグノンがスピン流生成に寄与する過程は、図 4.2 に示した Feynman ダイアグラムで記述される。

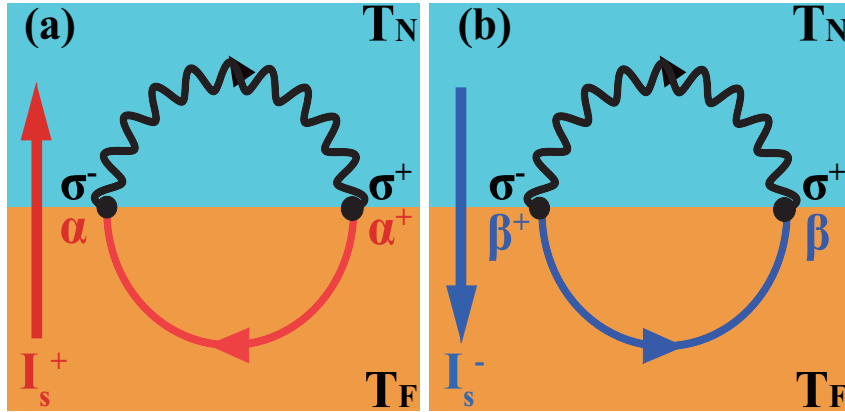


図 4.2 反強磁性絶縁体及びフェリ磁性絶縁体/金属の二層構造におけるスピンゼーバック効果に寄与する 2 種類の過程の Feynman ダイアグラム. (a) は α_q マグノンから注入されるスピン流 I_s^α を表す. (b) は β_q マグノンから注入されるスピン流 I_s^β を表す. I_s^α と I_s^β の符号は反対になる. 実線と波線は, それぞれ反強磁性体及びフェリ磁性絶縁体のマグノンと, 金属のスピン揺らぎの Green 関数 (スピン相関関数) を表す.

ここで, 反強磁性絶縁体及びフェリ磁性絶縁体と金属それぞれが, 温度 T_F と温度 T_N で特徴付けられる局所熱平衡状態にあるとする. この時, 系の密度行列 ρ は, 反強磁性絶縁体及びフェリ磁性絶縁体の密度行列 $\rho_{T_{AF}}$ と金属の密度行列 ρ_{T_N} を用いて,

$$\rho = \rho_{T_{AF}} \otimes \rho_{T_N}, \quad (4.82)$$

と表される. このとき $\chi_k^K(\omega, \bar{t})$ と $G_{\alpha/\beta, q}^K(\omega, \bar{t})$ は, \bar{t} 依存性がなくなり, 式 (2.127) と同様に,

$$\chi_k^K(\omega) = 2i \text{Im} \chi_k^R(\omega) \coth \left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T_N} \right), \quad (4.83)$$

$$G_{\alpha/\beta, q}^K(\omega) = 2i \text{Im} G_{\alpha/\beta, q}^R(\omega) \coth \left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T_{AF}} \right), \quad (4.84)$$

が成り立つ.

式 (4.81) は, 式 (4.83) と (4.83) から,

$$I_s = I_s^\alpha + I_s^\beta \quad (4.85)$$

$$I_s^\alpha = \frac{4N_{\text{int}}}{\hbar N_F N_F} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} [(J_{sd}^A)^2 S_A(u_{\mathbf{q}}^+)^2 + (J_{sd}^B)^2 S_B(u_{\mathbf{q}}^-)^2] \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \text{Im} \chi_k^R(\omega) \text{Im} G_{\alpha, q}^R \left[\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_N} - \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_{AF}} \right] \quad (4.86)$$

$$I_s^\beta = \frac{4N_{\text{int}}}{\hbar N_F N_F} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} [(J_{sd}^B)^2 S_B(u_{\mathbf{q}}^+)^2 + (J_{sd}^A)^2 S_A(u_{\mathbf{q}}^-)^2] \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \text{Im} \chi_k^R(\omega) \text{Im} G_{\beta, q}^R \left[\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_N} - \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_{AF}} \right]. \quad (4.87)$$

と求められる.

ここで式 (4.90) 中の $\chi_k^R(\omega)$ は強磁性スピンゼーバック効果で議論したように $\chi_k^R(\omega) = \chi_N / (1 + \lambda_N^2 k^2 - i\omega\tau_{sf})$ と書かれる. ここで χ_N , λ_N , τ_{sf} は常磁性帯磁率, スピン拡散長, スピン緩和時間を表

す. また $G_{\alpha/\beta, \mathbf{q}}^R(\omega)$ はフェリ磁性体のマグノンの遅延 Green 関数を表し, 強磁性マグノンの Green 関数と同様に計算され, $G_{\alpha/\beta, \mathbf{q}}^R(\omega) = 1/(\omega - \omega_{\mathbf{q}}^{\alpha, \beta} + i\alpha_{\alpha, \beta}\omega)$ とかけられる. ここで $\alpha_{\alpha, \beta}$ はフェリ磁性体中の緩和パラメタである. 前章より, フェリ磁性マグノンの自己エネルギーを周波数で展開した時, 最低次は周波数の1次となる.

式 (4.87) が意味する内容をみるために, 以下の量を導入する:

$$[J_{sd}^{\alpha}(\mathbf{q})]^2 \equiv (J_{sd}^A)^2 S_A(u_{\mathbf{q}}^+)^2 + (J_{sd}^B)^2 S_B(u_{\mathbf{q}}^-)^2, \quad (4.88)$$

$$[J_{sd}^{\beta}(\mathbf{q})]^2 \equiv (J_{sd}^B)^2 S_B(u_{\mathbf{q}}^+)^2 + (J_{sd}^A)^2 S_A(u_{\mathbf{q}}^-)^2. \quad (4.89)$$

式 (4.88), (4.89) を用いてスピン流の式を以下のようにまとめる.

$$I_s = I_s^{\alpha} + I_s^{\beta} \quad (4.90)$$

$$I_s^{\alpha} = \frac{4N_{\text{int}}}{\hbar N_F N_F} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} [J_{sd}^{\alpha}(\mathbf{q})]^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \text{Im}\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega) \text{Im}G_{\alpha, \mathbf{q}}^R(\omega) \times \left[\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_N} - \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_{AF}} \right] \quad (4.91)$$

$$I_s^{\beta} = \frac{4N_{\text{int}}}{\hbar N_F N_F} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} [J_{sd}^{\beta}(\mathbf{q})]^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \text{Im}\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega) \text{Im}G_{\beta, \mathbf{q}}^R(\omega) \times \left[\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_N} - \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_{AF}} \right] \quad (4.92)$$

反強磁性絶縁体及びフェリ磁性絶縁体/金属の二層構造に温度勾配を印加した際に, 界面で生成されるスピン流の物理的な意味を説明する. 生成スピン流は I_s^{α} と I_s^{β} のように, 反強磁性体及びフェリ磁性体のマグノンのモードからの寄与ごとに分けることができる. このとき, それぞれのモードが生成するスピン流 $I_s^{\alpha, \beta}$ は,

1. 反強磁性絶縁体及びフェリ磁性絶縁体/金属の接合面における, 有効的な交換相互作用 $[J_{sd}^{\alpha, \beta}(\mathbf{q})]^2$
2. 反強磁性絶縁体及びフェリ磁性絶縁体中のマグノンと, 金属の電子スピン揺らぎそれぞれの状態密度である, $\text{Im}G_{\alpha/\beta, \mathbf{q}}^R$ と $\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega)$ の積
3. 反強磁性絶縁体及びフェリ磁性絶縁体中でのマグノンと, 金属の電子スピン揺らぎそれぞれの分布関数から得られる関数 $\coth(\hbar\omega/2k_B T_{AF})$ と $\coth(\hbar\omega/2k_B T_N)$ の差

の3つ積で表される. これは結局, 反強磁性絶縁体及びフェリ磁性絶縁体におけるマグノンのそれぞれのモードに限ると, 界面を通してマグノンがトンネルする個数と金属の電子スピン揺らぎがトンネルする個数の差によって, スピン流が表されることを意味している.

4.5.1 モード毎に反転するスピン流の符号の解釈 (粒子・反粒子的解釈)

式 (4.92) について, 式 (4.75) と (4.76) で $\alpha_{\alpha, \beta} \rightarrow 0$ とすると,

$$\text{Im}G_{\alpha, \mathbf{q}}^R(\omega) = -\pi\delta(\omega - \omega_{\mathbf{q}}^{\alpha}), \quad (4.93)$$

$$\text{Im}G_{\beta, \mathbf{q}}^R(\omega) = \pi\delta(\omega + \omega_{\mathbf{q}}^{\beta}) \quad (4.94)$$

を得る. 式 (4.93) は電子の, 式 (4.94) は正孔のスペクトル関数と類似している. つまり, 界面においては, α モードのマグノンは「粒子的」に, β モードのマグノンは「反粒子」的に, それぞれ金属にスピン流を注入する. スピン流の式 (4.90) で ω に対して $\text{Im}\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega)$ と $\coth(\omega)$ がそれぞれ奇関数であることを考慮すると, I_s^{α} と I_s^{β} の符号が反転する.

4.6 反強磁性・フェリ磁性マグノンの偏極

前節で示された、反強磁性絶縁体及びフェリ磁性絶縁体におけるスピントラップ効果によるスピンの流には2つのモードそれぞれが生成するスピンの差となる物理的な意味を「マグノンの偏極」を考慮しながら解明する。

4.6.1 電子スピンの偏極

本節では「マグノンの偏極」の定式化を「電子スピンの偏極」との類推に基いて実行する。そこでここでは、電子スピンの偏極について、マグノンとの対比を意識しながら紹介する。

z方向を電子スピンの量子化軸とする。ここで「運動量 \mathbf{p} の電子スピンのz方向に偏極している」時、電子状態 $|\psi_{\mathbf{p}}\rangle$ の偏極の向きは、Pauli 行列 $\sigma_3 = \text{diag}(1, -1)$ に $\hbar/2$ をかけたスピン演算子のz成分 $S^z = (\hbar/2)\sigma_3$ を状態 $|\psi_{\mathbf{p}}\rangle$ に作用させた時の符号から読み取ることができる。つまり+z方向に偏極している状態 $|\uparrow\rangle$ に対しては

$$S^z|\uparrow_{\mathbf{p}}\rangle = \frac{\hbar}{2}|\uparrow_{\mathbf{p}}\rangle \quad (4.95)$$

となり、-z方向に偏極している状態 $|\downarrow_{\mathbf{p}}\rangle$ に対しては

$$S^z|\downarrow_{\mathbf{p}}\rangle = -\frac{\hbar}{2}|\downarrow_{\mathbf{p}}\rangle \quad (4.96)$$

となる。

ここで、マグノンとの対比を行うために、 S^z や状態 $|\uparrow_{\mathbf{p}}\rangle$ や $|\downarrow_{\mathbf{p}}\rangle$ を電子の生成消滅演算子 $c_{\mathbf{p}\uparrow}^\dagger, c_{\mathbf{p}\downarrow}$ を用いて以下のように表現する：

$$S^z = \frac{\hbar}{2} \sum_{\mathbf{p}} (c_{\mathbf{p}\uparrow}^\dagger c_{\mathbf{p}\uparrow} - c_{\mathbf{p}\downarrow}^\dagger c_{\mathbf{p}\downarrow}) \quad (4.97)$$

$$|\uparrow_{\mathbf{p}}\rangle = c_{\mathbf{p}\uparrow}^\dagger |G\rangle \quad (4.98)$$

$$|\downarrow_{\mathbf{p}}\rangle = c_{\mathbf{p}\downarrow}^\dagger |G\rangle. \quad (4.99)$$

ここで $|G\rangle$ はフェルミ面まで電子が詰まった状態を表している。

4.6.2 強磁性マグノンの偏極

参考のため、強磁性マグノンの偏極を導入する。式(4.97)と同様に、強磁性体のスピン演算子のz成分をマグノンの生成消滅演算子で以下のように定義する：

$$\begin{aligned} S^z &= \frac{\hbar}{N} \sum_i S_i^z \\ &= \frac{\hbar}{N} \sum_i (S_0 - a_i^\dagger a_i) \end{aligned} \quad (4.100)$$

ただし、スピン演算子を \hbar を単位として定義した。Fourier 変換から、式(4.100)は以下のように変形される：

$$S^z = \hbar S_0 - \frac{\hbar}{N} \sum_{\mathbf{q}} a_{\mathbf{q}}^\dagger a_{\mathbf{q}} \quad (4.101)$$

式 (4.101) と式 (4.97) を比較すると、定数 $\hbar S_0$ を差し引くことで、強磁性体のマグノンは負の角運動量 $-\hbar$ を運ぶことが示される。このように伝導電子系での偏極の定義を場の量子論的に拡張することで、強磁性体のマグノンの偏極を定義することができた。

なお、強磁性体マグノンの偏極は、伝導電子とは異なり一方向にのみ存在する。これは強磁性体で磁化が1種類存在するためであり、時間反転対称性の破れからの帰結でもある。

4.6.3 フェリ磁性マグノンの偏極

ここで、一軸磁気異方性を持つフェリ磁性マグノンの偏極を、強磁性体マグノン及び伝導電子系での定義を拡張して導入する。フェリ磁性体のスピン演算子の z 成分は、

$$\begin{aligned} S^z &= \frac{\hbar}{N_A} \sum_i S_{A,i}^z + \frac{\hbar}{N_B} \sum_j S_{B,j}^z \\ &= \frac{\hbar}{N_A} \sum_i (S_{A0} - a_i^\dagger a_i) + \frac{\hbar}{N_B} \sum_j (-S_{B0} + b_j^\dagger b_j) \end{aligned} \quad (4.102)$$

と表される。ここで $N_A = N_B = N$ とすると、Fourier 変換から、

$$S^z = \hbar(S_{A0} - S_{B0}) - \frac{\hbar}{N} \sum_q (a_q^\dagger a_q - b_q^\dagger b_q) \quad (4.103)$$

と変換される。この時、演算子 $a^\dagger a$ と $b^\dagger b$ の符号が異なる点に注意する。Bogoliubov 変換から、

$$a_q^\dagger a_q = (u_q^+)^2 \alpha_q^\dagger \alpha_q + (u_q^-)^2 \beta_q \beta_q^\dagger + u_q^+ u_q^- (\alpha_q^\dagger \beta_q^\dagger + \beta_q \alpha_q) \quad (4.104)$$

$$b_q^\dagger b_q = (u_q^+)^2 \beta_q^\dagger \beta_q + (u_q^-)^2 \alpha_q \alpha_q^\dagger + u_q^+ u_q^- (\alpha_q^\dagger \beta_q^\dagger + \beta_q \alpha_q) \quad (4.105)$$

となるため、 $a_q^\dagger a_q - b_q^\dagger b_q$ は

$$\begin{aligned} a_q^\dagger a_q - b_q^\dagger b_q &= (u_q^+)^2 (\alpha_q^\dagger \alpha_q - \beta_q^\dagger \beta_q) + (u_q^-)^2 (\beta_q \beta_q^\dagger - \alpha_q \alpha_q^\dagger) \\ &= [(u_q^+)^2 - (u_q^-)^2] (\alpha_q^\dagger \alpha_q - \beta_q^\dagger \beta_q) \\ &= \alpha_q^\dagger \alpha_q - \beta_q^\dagger \beta_q \end{aligned} \quad (4.106)$$

と変換される。つまり式 (4.103) は

$$S^z = \hbar(S_{A0} - S_{B0}) - \frac{\hbar}{N} \sum_q (\alpha_q^\dagger \alpha_q - \beta_q^\dagger \beta_q) \quad (4.107)$$

と表される。

式 (4.107) と式 (4.101) を比較すると、フェリ磁性体の場合、副格子磁化が存在することで、マグノンのモードが複数存在しており、モード毎に偏極の向きが異なることが分かる。また、式 (4.107) と式 (4.97) を比較すると、 α で表されるモードは負の角運動量 $-\hbar$ を、 β で表されるモードは正の角運動量 \hbar を持つことが示される。

以上より、フェリ磁性体の2つのモードは逆向きに偏極していることが明らかにされた。またこのことから、計算で得られたスピンゼーバック効果の式がモード毎に符号が逆転しているのは、こうしたモード毎の偏極の向きの違いが反映されているためと理解できる。

最後に、元々の副格子スピンの向きと Bogoliubov 変換後のマグノンの関係について言及する。副格子スピン A を例にとり、そのスピン波演算子 $a^\dagger a$ を Bogoliubov 演算子で表す：

$$a_q^\dagger a_q = (u_q^+)^2 \alpha_q^\dagger \alpha_q + (u_q^-)^2 \beta_q \beta_q^\dagger + u_q^+ u_q^- (\alpha_q^\dagger \beta_q^\dagger + \beta_q \alpha_q) \quad (4.108)$$

期待値をとると $(\alpha_q^\dagger \beta_q^\dagger + \beta_q \alpha_q)$ は消えて,

$$\begin{aligned}\langle a_q^\dagger a_q \rangle &= (u_q^+)^2 \langle \alpha_q^\dagger \alpha_q \rangle + (u_q^-)^2 \langle \beta_q \beta_q^\dagger \rangle \\ &= (u_q^+)^2 \langle \alpha_q^\dagger \alpha_q \rangle + (u_q^-)^2 \langle \beta_q^\dagger \beta_q \rangle + (u_q^-)^2\end{aligned}\quad (4.109)$$

を得る.

ここで $(u_q^+)^2 - (u_q^-)^2 = 1$ より, 式 (4.109) の右辺では $\langle \alpha_q^\dagger \alpha_q \rangle$ に比例する項が最も支配的となる. すなわち, 副格子スピン A のスピン波演算子 a と Bogoliubov 演算子 α は同じ方向に偏極している. 同様に, 副格子スピン B のスピン波演算子 b と Bogoliubov 演算子 β もまた同じ方向に偏極している.

4.7 一軸磁気異方性を持つ反強磁性体におけるスピンゼーベック効果

今, 一軸磁気異方性を持つ反強磁性体で, 界面において同じ数の局在スピンが存在し, $J_{sd}^A = J_{sd}^B$ が満たされるような場合を考える. このとき $S_A = S_B$, $J_A = J_B$, $g_A = g_B$, $D_A = D_B$ となる. 簡単のため, $J_A = J_B = 0$ とする. また, $S_A = S_B = S_0$, $g_A = g_B = g$, $D_A = D_B = D$, $\gamma_q^{AB} = \gamma_q$ とおく. マグノンの分散関係は,

$$\hbar\omega_q^\alpha = S_0 \sqrt{(2J_{AB}z_0)^2(1 - \gamma_q^2) + 4Jz_0D + D^2 - g\mu_B H_0}, \quad (4.110)$$

$$\hbar\omega_q^\beta = S_0 \sqrt{(2J_{AB}z_0)^2(1 - \gamma_q^2) + 4Jz_0D + D^2 + g\mu_B H_0}, \quad (4.111)$$

と表される. ここで, 外部磁場 $H_0 = 0$ の時の, 反強磁性体のマグノンの分散関係 (4.110) と (4.111) を, 本章のモデルで計算し図 (4.3) に表示した. 図 (4.3) では反強磁性絶縁体として NiO を想定し, 本章でのモデルで $J_{AB} = 6.3\text{meV}$, $D = 0.1\text{meV}$, $S_0 = 0.92$, $g = 2[10, 80]$ とした. 図 (4.3) より, $H_0 = 0$ で 2 つのマグノンのモードは縮退していることが分かる. 今, 反強磁性絶縁体/金属界面で, 界面に \mathbf{S}^A と \mathbf{S}^B が同数おり, かつ $J_{sd}^A = J_{sd}^B = J_{sd}^{\text{AFM}}$ とする. このときの界面での有効的な交換相互作用 J_{sd}^α と J_{sd}^β は,

$$\begin{aligned}[J_{sd}^\alpha(\mathbf{q})]^2 &= (J_{sd}^{\text{AFM}})^2 S_0 [(u_q^+)^2 + (u_q^-)^2], \\ &= [J_{sd}^\beta(\mathbf{q})]^2,\end{aligned}\quad (4.112)$$

と求められる. この時, 外部磁場 $H_0 = 0$ でのスピンゼーベック効果による生成スピン流 (4.92) に対して, 式 (4.110) と式 (4.111) から「熱励起される 2 つのマグノンのモードの分布は等しい」ことが示され, かつ式 (4.112) から「界面における 2 つのモードに対する有効的な交換相互作用は等しい」ことが示される. つまり, 外部磁場が 0 のとき, スピンゼーベック効果による生成スピン流は, $[J_{sd}(\mathbf{q})]^2 \equiv [J_{sd}^\alpha(\mathbf{q})]^2 = [J_{sd}^\beta(\mathbf{q})]^2$ と定義して,

$$\begin{aligned}I_s^\alpha &= \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} \frac{8N_{\text{int}}[J_{sd}(\mathbf{q})]^2}{N_N N_F \hbar^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \text{Im}\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega) \text{Im}G_{\alpha, \mathbf{q}}^R(\omega) \left[\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_N} - \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_{AF}} \right] \\ &= -|I_s^\beta|\end{aligned}\quad (4.113)$$

と求められる. つまり全スピン流 $I_S = I_s^\alpha + I_s^\beta$ は, 温度差のあるなしと無関係に 0 となる. これは, 外部磁場が 0 のとき 2 つのマグノンのモードが縮退して, 異なるモードのマグノンが同じ数だけ励起し, 同じ強さの相互作用で金属と結合し, かつ両者が逆符号のスピン流を生成した, と解釈できる.

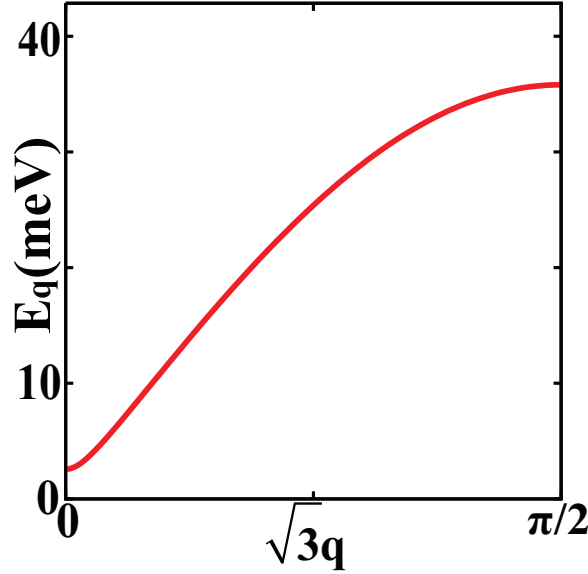


図 4.3 外部磁場 $H_0 = 0$ における反強磁性体のマグノンの分散関係．横軸は波数 $q = \sqrt{q_x^2 + q_y^2 + q_z^2} = q_x \sqrt{3}$ に格子定数 a をかけた qa を，縦軸はエネルギー固有値 $\hbar\omega_q^{\alpha,\beta}$ をそれぞれ表している．2つのモードは縮退している．各パラメータはNiOを想定した本章のモデルから決定した．

なお，外部磁場 H_0 が有限の場合，式 (4.110) と式 (4.111) の縮退は一般に解けるので ($I_s^\alpha \neq -I_s^\beta$) となり $I_s \neq 0$ となる．つまり，反強磁性体は外部磁場を印加することでスピンゼーベック効果によるスピン流生成が原理的には可能である．外部磁場下での反強磁性絶縁体/金属二層構造におけるスピンゼーベック効果については，近年，実験の立場からの検証が進められている [81, 82]．

さらに，界面での交換積分に関する等式 $J_{sd}^A = J_{sd}^B$ が破れる場合でも， $I_s^\alpha \neq -|I_s^\beta|$ から全スピン流 I_s は有限となることが期待される．

4.8 フェリ磁性絶縁体におけるスピンゼーベック効果の特徴

4.8.1 フェリ磁性体におけるスピンゼーベック効果の消失条件

前節でフェリ磁性絶縁体でのスピンゼーベック効果を定式化し，フェリ磁性絶縁体ではスピンゼーベック効果による注入スピン流に逆符号の寄与が存在することを示した．このことからある種のフェリ磁性体では，温度勾配が存在するにも関わらずスピンゼーベック効果が消失することが予測される．ここでは温度勾配に関わらずスピンゼーベック効果が消失する条件を明らかにする．

前節で求めたフェリ磁性体でのスピンゼーベック効果による注入スピン流の式を示す．

$$I_s^{\alpha/\beta} = \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} \frac{8N_{\text{int}}[J_{sd}^{\alpha/\beta}(\mathbf{q})]^2}{N_N N_F \hbar^2} \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \text{Im}\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega) \text{Im}G_{\alpha/\beta, \mathbf{q}}^R(\omega) \left[\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_N} - \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_{AF}} \right] \quad (4.114)$$

ここでスピンゼーベック効果による注入スピン流が消失するには， $I_s^\alpha = -|I_s^\beta|$ が満たされる必要が

ある。これは

$$\sum_{\mathbf{q}} [J_{\text{sd}}^{\alpha}(\mathbf{q})]^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \text{Im} G_{\alpha, \mathbf{q}}^R(\omega) F(\omega) = - \sum_{\mathbf{q}} [J_{\text{sd}}^{\beta}(\mathbf{q})]^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \text{Im} G_{\beta, \mathbf{q}}^R(\omega) F(\omega) \quad (4.115)$$

とまとめられる。ただし、 $F(\omega)$ は

$$F(\omega) \equiv \frac{8N_{\text{int}}}{N_N N_F \hbar^2} \sum_{\mathbf{k}} \text{Im} \chi_{\mathbf{k}}^R(\omega) \left[\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_N} - \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_{AF}} \right] \quad (4.116)$$

と定義される、式 (4.114) のモードによらない共通部分を表す。

式 (4.115) は、マグノンの状態密度に比例する $\text{Im} G_{\alpha/\beta, \mathbf{q}}^R(\omega)$ と、フェリ磁性絶縁体/金属の接合界面における有効的な交換相互作用 $[J_{\text{sd}}^{\alpha/\beta}(\mathbf{q})]^2$ の積の \mathbf{q} と ω 積分をした値が、2つのモードで等しい事を意味している。ただし、 β モードは正孔のように振る舞うことに注意する。これは、異なるモードのマグノンが同じ数だけ界面を通して金属に注入されるときスピントラップは消失することを意味している。これがスピントラップ効果の消失条件である。

こうしてフェリ磁性絶縁体/金属の二層構造におけるスピントラップ効果の消失条件が明らかにされた。

4.8.2 補償温度における Gilbert 緩和項の収束

前節までで、フェリ磁性体でのスピントラップ効果を定式化した。また、温度勾配の存在にも関わらずスピントラップ効果が消失する条件を明らかにした。次に補償効果を示すフェリ磁性体の、補償温度でのスピントラップ効果を調べる。そのためにこの節では補償温度での Gilbert 緩和項を調べ、補償温度においてマグノン表示が正当化されることを示す。

文献 [83] によると、フェリ磁性の歳差運動の周波数と Gilbert 緩和項は以下のように書かれる。

$$\omega_{\text{eff}} = \gamma_A \gamma_B \frac{M_A - M_B}{\gamma_B M_A - \gamma_A M_B} \left(H_0 + \frac{H_A^{\text{an}} M_A + H_B^{\text{an}} M_B}{M_A - M_B} \right) \quad (4.117)$$

$$\alpha_{\text{eff}} = \frac{\alpha_A \gamma_B M_A + \alpha_B \gamma_A M_B}{\gamma_B M_A - \gamma_A M_B} \quad (4.118)$$

式 (4.117) と (4.118) は、この後導出する式 (4.138) と (4.139) から

$$\lambda(\gamma_B M_A - \gamma_A M_B) \gg H_0, H_{A,B}^{\text{an}} \quad (4.119)$$

という仮定をおいて近似的に導出できる。特に (4.118) は角運動量補償温度 $\gamma_B M_A = \gamma_A M_B$ での Gilbert 緩和項の発散を示すもので [84, 85] などで引用されている。このような Gilbert 緩和項の角運動量補償温度における発散は、この温度でのマグノン表示が使えないことを意味している。

しかしながら、文献 [86] において条件 (4.119) が角運動量補償温度 T_A で破綻することが指摘されている。このことは角運動量補償温度での Gilbert 緩和項が発散せず有限になることを示唆している。このような示唆が正しいか否かを調べるためには、マグノンの自己エネルギーを場の理論から求める必要がある。ここでは、マグノンの遅延 Green 関数が Landau-Lifshitz-Gilbert 方程式の Green 関数に一致する [40] ことを利用し、場の理論の結果から予想される副格子毎の Landau-Lifshitz-Gilbert 方程式を連立して解いて、モードに展開し、モードの Gilbert 緩和項の変化を計算する。

以下の2つのLLG方程式を考える [84].

$$\frac{d\mathbf{M}_A}{dt} = -\gamma_A \mathbf{M}_A \times \mathbf{H}_A + \frac{\alpha_A}{M_{s,A}} \mathbf{M}_A \times \frac{d\mathbf{M}_A}{dt} \quad (4.120)$$

$$\frac{d\mathbf{M}_B}{dt} = -\gamma_B \mathbf{M}_B \times \mathbf{H}_B + \frac{\alpha_B}{M_{s,B}} \mathbf{M}_B \times \frac{d\mathbf{M}_B}{dt} \quad (4.121)$$

ここで $\mathbf{M}_{A,B}$ は各副格子の磁化ベクトルを, $M_{A,B}$ はその大きさを表す. $\mathbf{H}_{A,B}$ は副格子ごとの有効磁場を, $\gamma_{A,B} = g_{A,B}\mu_0/\hbar$ は磁気回転比を, $\alpha_{A,B}$ は Gilbert 緩和項をそれぞれ表す. ここで, マグノン・フォノン相互作用などによる Gilbert 緩和項は, 全て $\alpha_{A,B}$ に繰り込まれているとした.

有効磁場 \mathbf{H}_A , \mathbf{H}_B はそれぞれ

$$\mathbf{H}_A = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_A^{\text{an}} - \lambda \mathbf{M}_B \quad (4.122)$$

$$\mathbf{H}_B = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_B^{\text{an}} - \lambda \mathbf{M}_A \quad (4.123)$$

とかける. ここで $\mathbf{H}_0 = H_0 \hat{\mathbf{z}}$ は外部磁場を, $\mathbf{H}_A^{\text{an}} = H_A^{\text{an}} \hat{\mathbf{z}}$ と $\mathbf{H}_B^{\text{an}} = -H_B^{\text{an}} \hat{\mathbf{z}}$ はそれぞれスピン A とスピン B の感じる異方性磁場を表す. $\lambda \mathbf{M}_A$ と $\lambda \mathbf{M}_B$ は副格子間の交換相互作用を表し, $\lambda = z_0 J_{AB}/(g_A g_B \mu_0^2)$ と表される. ここで副格子同士の交換相互作用である $\lambda_A = z_0 J_A/(g_A \mu_0)^2$ と $\lambda_B = z_0 J_B/(g_B \mu_0)^2$ は, 一様モードを考えているために式中に現れない.

磁気補償温度以下の温度で, \mathbf{M}_A と \mathbf{M}_B は

$$\mathbf{M}_A = M_A \hat{\mathbf{z}} + \mathbf{m}_A \quad (4.124)$$

$$\mathbf{M}_B = -M_B \hat{\mathbf{z}} + \mathbf{m}_B \quad (4.125)$$

と表される. 有効磁場は

$$\mathbf{H}_A = (H_0 + H_A^{\text{an}} + \lambda M_B) \hat{\mathbf{z}} - \lambda \mathbf{m}_B \quad (4.126)$$

$$\mathbf{H}_B = (H_0 - H_B^{\text{an}} - \lambda M_A) \hat{\mathbf{z}} - \lambda \mathbf{m}_A \quad (4.127)$$

と表される.

ここで, $E_A^{\text{eff}} = -(H_0 + H_A^{\text{an}} + \lambda M_B)$, $E_B^{\text{eff}} = -(H_0 - H_B^{\text{an}} - \lambda M_A)$ と定義し, \mathbf{m}_A と \mathbf{m}_B について LLG 方程式を線形化する.

$$\frac{d\mathbf{m}_A}{dt} = \hat{\mathbf{z}} \times \left[\gamma_A (\lambda M_A \mathbf{m}_B - E_A^{\text{eff}} \mathbf{m}_A) + \alpha_A \frac{d\mathbf{m}_A}{dt} \right] \quad (4.128)$$

$$\frac{d\mathbf{m}_B}{dt} = -\hat{\mathbf{z}} \times \left[\gamma_B (\lambda M_B \mathbf{m}_A + E_B^{\text{eff}} \mathbf{m}_B) + \alpha_B \frac{d\mathbf{m}_B}{dt} \right] \quad (4.129)$$

ここで $m^\pm = m_x \pm i m_y$ とし, 時間依存性を $m_L^\pm(t) = m_L^\pm e^{-i\omega t}$ とおいて, 式 (4.128) と (4.129) に代入する.

$$(-i\omega - \alpha_A \omega + i\gamma_A E_A^{\text{eff}}) m_A^+ - i\lambda \gamma_A M_A m_B^+ = 0 \quad (4.130)$$

$$(-i\omega + \alpha_B \omega + i\gamma_B E_B^{\text{eff}}) m_B^+ + i\lambda \gamma_B M_B m_A^+ = 0 \quad (4.131)$$

固有周波数 ω は以下の式を解いて得られる.

$$(\omega - i\alpha_A \omega - \gamma_A E_A^{\text{eff}})(\omega + i\alpha_B \omega - \gamma_B E_B^{\text{eff}}) + \lambda^2 \gamma_A \gamma_B M_A M_B = 0. \quad (4.132)$$

今外部磁場によって飽和磁化が固定されている状況を考えているため, 磁気補償温度以上の温度では \mathbf{M}_A や \mathbf{M}_B , 有効磁場の定義が異なる. 磁気補償温度以上では \mathbf{M}_A と \mathbf{M}_B は

$$\mathbf{M}_A = -M_A \hat{\mathbf{z}} + \mathbf{m}_A \quad (4.133)$$

$$\mathbf{M}_B = M_B \hat{\mathbf{z}} + \mathbf{m}_B \quad (4.134)$$

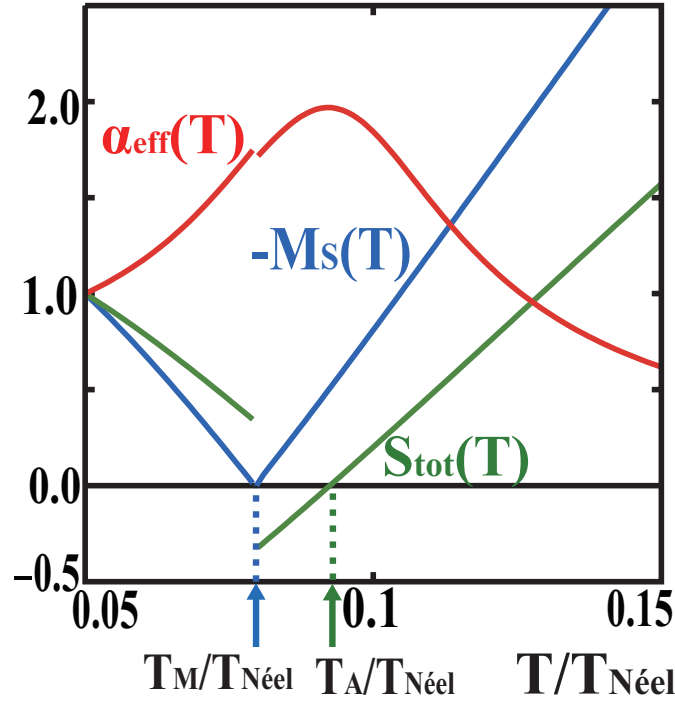


図 4.4 補償効果を示すフェリ磁性体 $\text{Gd}_{22}\text{Fe}_{70}\text{Co}_8$ を想定した、有効的な Gilbert 緩和項 α_{eff} (赤色, 式 (4.132) 及び (4.137)), 飽和磁化 M_s (青色, 式 (4.144)), 全スピン角運動量 S_{tot} (緑色, 式 (4.146)) の温度依存性 (文献 Y. Ohnuma *et al.*, Phys. Rev. B **87**, 014423 (2013) より転載). 10 個のスピンを一つの単位胞と見なして計算した. 図中の値は, $T/T_{\text{Néel}} = 0.05$ での値で規格化した.

と表される. 有効磁場は

$$E_A^{\text{eff}} = -(H_0 - H_A^{\text{an}} - \lambda M_B) \quad (4.135)$$

$$E_B^{\text{eff}} = -(H_0 + H_A^{\text{an}} + \lambda M_A) \quad (4.136)$$

とかかれる. α_A と α_B は, 補償温度以上の温度で符号をそれぞれ反転させる. 式 (4.132) を, 周波数を以下のようににおいて計算した.

$$\omega = \omega_0 + i\alpha_{\text{eff}}\omega_0. \quad (4.137)$$

共鳴周波数及び Gilbert 緩和項は以下の通り.

$$\omega_0 = \frac{\gamma_A E_{\text{eff}}^A + \gamma_B E_{\text{eff}}^B}{2} \pm \frac{\sqrt{(\gamma_A E_{\text{eff}}^A + \gamma_B E_{\text{eff}}^B)^2 - 4(\gamma_A E_{\text{eff}}^A \gamma_B E_{\text{eff}}^B + \lambda_{AB}^2 \gamma_A \gamma_B M_A M_B)}}{2} \quad (4.138)$$

$$\alpha_{\text{eff}} = \frac{-\omega_0(\alpha_B - \alpha_A) + \alpha_B \gamma_A E_{\text{eff}}^A - \alpha_A \gamma_B E_{\text{eff}}^B}{2\omega_0 - \gamma_A E_{\text{eff}}^A - \gamma_B E_{\text{eff}}^B} \quad (4.139)$$

磁気補償温度より高い温度では, 前述の通りにパラメタを交換する事で得られる. 補償効果を示すフェリ磁性体として $\text{Gd}_{22}\text{Fe}_{70}\text{Co}_8$ [84, 87, 88] を想定し, スピン波の低エネルギー励起に伴う有効的な Gilbert 緩和項の温度依存性を図 4.4 に示した. 副格子イオン A をガドリニウムイオンに, 副格子

イオン B を鉄イオンと想定して、簡単のためコバルトイオンは無視した。パラメタは、 $S_A = 3.85$, $S_B = 3.5$, $g_A = 2.0$, $g_B = 2.05$, $H_0 = 0.04$ T, $H_A^{\text{an}} = 0.0$ T, $H_B^{\text{an}} = 0.02$ T, $\alpha_A = 0.004$, $\alpha_B = 0.0039$ とおいた。

飽和磁化と全スピン角運動量は平均場近似から計算した。飽和磁化はスピン角運動量の熱平均を使って以下のようにかける。

$$\begin{aligned}\langle M_L \rangle &= g_L \mu_0 \langle S_L \rangle \\ &= g_L \mu_0 S_L B_{S_L}(X_L)\end{aligned}\quad (4.140)$$

ここで B_{S_L} は Brillouin 関数 [61] で、

$$B_{S_L}(X_L) = \frac{2S_L + 1}{2S_L} \coth\left(\frac{2S_L + 1}{2S_L} X_L\right) - \frac{1}{2S_L} \coth\left(\frac{1}{2S_L} X_L\right) \quad (4.141)$$

とかかれる。引数 X_L は以下の通り。

$$X_A = S_A \frac{((2J_A(2z_0) + D_A)\langle S_A \rangle - z_0 J_{AB}\langle S_B \rangle + g_A \mu_0 H_0)}{k_B T_F} \quad (4.142)$$

$$X_B = S_B \frac{((2J_B(2z_0) + D_B)\langle S_B \rangle - z_0 J_{AB}\langle S_A \rangle + g_B \mu_0 H_0)}{k_B T_F} \quad (4.143)$$

ここで $M_L = g_L \mu_0 S_L$ は、各副格子の $T = 0$ での飽和磁化の値を表す。

使用したパラメタは、 $J_{AB} = 0.28$ meV, $J_A = 0$ meV, $J_B = 0.34$ meV で、Néel 温度 $T_{\text{Néel}} = 500$ K を与えるように選んだ。このパラメタでは、 $T_M \approx 0.079 T_{\text{Néel}}$ と $T_A \approx 0.091 T_{\text{Néel}}$ が得られる。この図から、Gilbert 緩和項の角運動量補償温度 T_A 近傍における増大が見られるが、発散は見られないことが分かる。^{*1}

以上の結果から、角運動量補償温度 T_A においてマグノンの緩和の発散は存在しない事が示され、補償温度においてマグノンを用いたスピン流の式が正当化されることが示された。

4.8.3 補償温度におけるスピンゼーベック効果

前節で正当化された補償温度におけるマグノンを用いたスピン流の式に基づいて、本節では磁気補償温度及び角運動量補償温度におけるスピンゼーベック効果による注入スピン流を数値計算で図示し、その振る舞いを調べた。

まず、一軸磁気異方性を持ち、磁気補償効果を示すフェリ磁性体で計算したスピン波の分散を図 4.6 に示した。補償効果を示すフェリ磁性体としてエルビウム鉄ガーネット ($\text{Er}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$) を想定し、希土類イオンのスピンを S_A に、鉄イオンのスピンを S_B にそれぞれ対応させている。ここで、 $J_A = 0$ meV, $J_B = 0.68$ meV, $J_{AB} = 0.19$ meV, $S_A = 4.2$, $S_B = 2.5$, $g_A = 1.4$, $g_B = 2.0$, $D_A = 3.5 \times 10^{-3}$ meV, $D_B = 3.0 \times 10^{-4}$ meV とした。以上のパラメタは Néel 温度 $T_{\text{Néel}} = 556$ K と磁気補償温度 $T_M = 83$ K. [10, 89] を再現するように決定した。

この $\text{Er}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ に金属を接合させた二層構造 (図 4.5 参照) において、式 (4.90) から計算した、スピンゼーベック効果による注入スピン流 $I_s(T)$ の温度依存性を図 4.7 に示した。スピン流の式に出てくる積分は次のように評価した。被積分関数が波数 \mathbf{k} と \mathbf{q} の角度方向に依存しないので、先に立体角で積

^{*1} 磁気補償温度 T_M での不連続性は、外部磁場によってピンングされた局在スピンの量子化軸が、 T_M の前後で反転するため起こる。

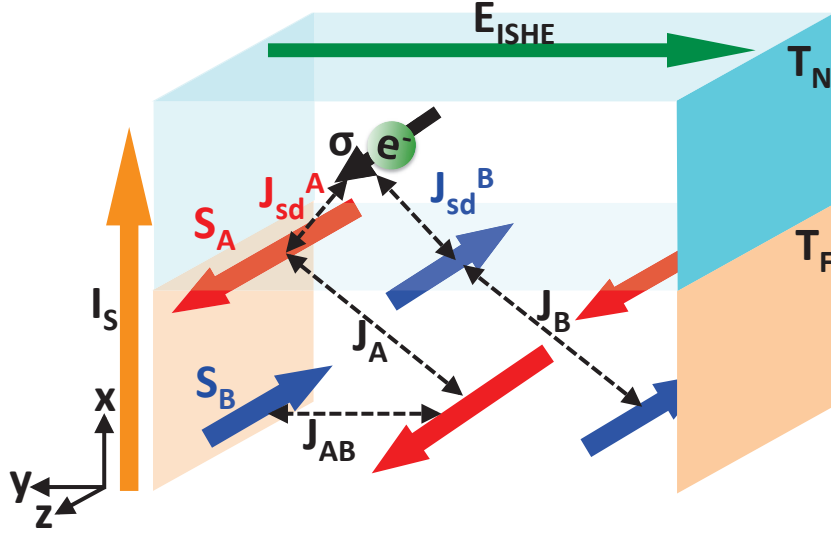


図 4.5 金属とフェリ磁性絶縁体の二層構造の図

分した。次に波数の長さについての二重積分を、台形公式を用いて数値計算計算した。スピン波近似は一般に転移温度近傍で近似の精度が落ちるので、この計算結果は Néel 温度より十分低温で信頼できる。

補償効果を示すフェリ磁性体として $\text{Er}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ を想定し、図 4.6 を計算する際に用いたパラメタを使用した。図 4.7 で磁気補償温度と角運動量補償温度を決定するため、いかに示すように飽和磁化と角運動量をスピン波近似から計算し、その温度依存性を図に示した。

$$\begin{aligned}
 M_s(T) &= \mu_0 \left(\frac{g_A}{N_F} \sum_{i \in A} \langle S_{A,i}^z \rangle + \frac{g_B}{N_F} \sum_{j \in B} \langle S_{B,j}^z \rangle \right) \\
 &= \mu_0 \left(g_A \left(S_A - \frac{1}{N_F} \sum_{\mathbf{k}} \langle a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}} \rangle \right) + g_B \left(-S_B + \frac{1}{N_F} \sum_{\mathbf{k}} \langle b_{\mathbf{k}}^\dagger b_{\mathbf{k}} \rangle \right) \right) \\
 &= \mu_0 (g_A S_A - g_B S_B) \\
 &\quad - \frac{\mu_0}{N_F} \sum_{\mathbf{k}} \left((g_A (u_{\mathbf{k}}^+)^2 - g_B (u_{\mathbf{k}}^-)^2) \langle \alpha_{\mathbf{k}}^\dagger \alpha_{\mathbf{k}} \rangle - (g_B (u_{\mathbf{k}}^+)^2 - g_A (u_{\mathbf{k}}^-)^2) \langle \beta_{\mathbf{k}}^\dagger \beta_{\mathbf{k}} \rangle \right) \quad (4.144)
 \end{aligned}$$

ここで $\langle \alpha_{\mathbf{k}}^\dagger \alpha_{\mathbf{k}} \rangle = (e^{\beta \hbar \omega_{\mathbf{k}}^\alpha} - 1)^{-1}$ より飽和磁化は以下のように表される。

$$\begin{aligned}
 M_s(T) &= \mu_0 (g_A S_A - g_B S_B) \\
 &\quad - \frac{\mu_0}{N_F} \sum_{\mathbf{k}} \left(\frac{g_A (u_{\mathbf{k}}^+)^2 - g_B (u_{\mathbf{k}}^-)^2}{e^{\beta \hbar \omega_{\mathbf{k}}^\alpha} - 1} - \frac{g_B (u_{\mathbf{k}}^+)^2 - g_A (u_{\mathbf{k}}^-)^2}{e^{\beta \hbar \omega_{\mathbf{k}}^\beta} - 1} \right) \quad (4.145)
 \end{aligned}$$

磁気補償温度は $M_s(T_M) = 0$ となる温度 T_M である。

同様にスピン角運動量

$$S_{\text{tot}} = \langle S^z \rangle \quad (4.146)$$

も、角運動量補償温度を決定するために図に示した。 S^z は全スピン角運動量 $\mathbf{S} = \mathbf{S}_A + \mathbf{S}_B$ の z 成分で、

$$S^z = \frac{1}{N_F} \sum_{i \in A} S_{A,i}^z + \frac{1}{N_F} \sum_{j \in B} S_{B,j}^z. \quad (4.147)$$

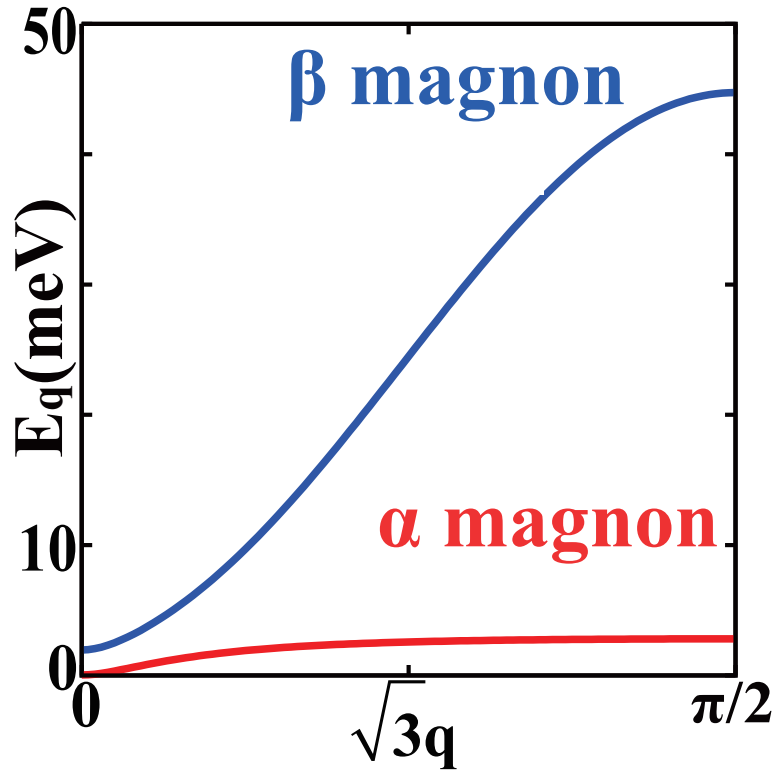


図 4.6 [111] 方向の波数 q についてのフェリ磁性スピン波の分散図 (文献 [68] より転載). ここで $H_0 = 0$ とした. パラメタは補償効果を示す $\text{Er}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ を想定した. 波数 q は最近接格子間隔の逆数で規格化した.

と書かれる. よって

$$\langle S^z \rangle = S_A - S_B - \frac{1}{N_F} \sum_{\mathbf{k}} \left(\frac{1}{e^{\beta \hbar \omega_{\mathbf{k}}^{\alpha}} - 1} - \frac{1}{e^{\beta \hbar \omega_{\mathbf{k}}^{\beta}} - 1} \right) \quad (4.148)$$

と表される.

磁気補償温度と同様に, $S_{\text{tot}}(T_A) = 0$ となる温度 T_A を角運動量補償温度とする.

図 4.7 から読み取れる事は以下の通りである.

1. 補償温度におけるスピンゼーベック効果による注入スピン流が有限となる

スピンゼーベック効果による注入スピン流は磁気補償温度 $T_M \approx 0.15 T_{\text{Néel}}$ 及び角運動量補償温度 $T_A \approx 0.32 T_{\text{Néel}}$ の前後で変化が見られないことが読み取れる. 補償効果を実現する他のパラメタで計算してもこの結論は本質的に変わらない.

これは, 補償温度で磁化や角運動量が消失する条件と, スピンゼーベック効果が消失する条件が異なるためである. 磁化や角運動量の消失する条件はフェリ磁性体そのものによって決められる, 副格子磁化及びスピンの縦成分が打ち消し合うという条件である. 一方でスピンゼーベック効果が消失する条件は 3.3 で導いたように (4.115) と表され, フェリ磁性体と常磁性金属の界面を透過する, マグノンの個数に関する条件であり, フェリ磁性体だけでなく接合面の情報を含む. したがって補償効果の条件とスピンゼーベック効果の消失条件は一般に一致せず, 補償温度にお

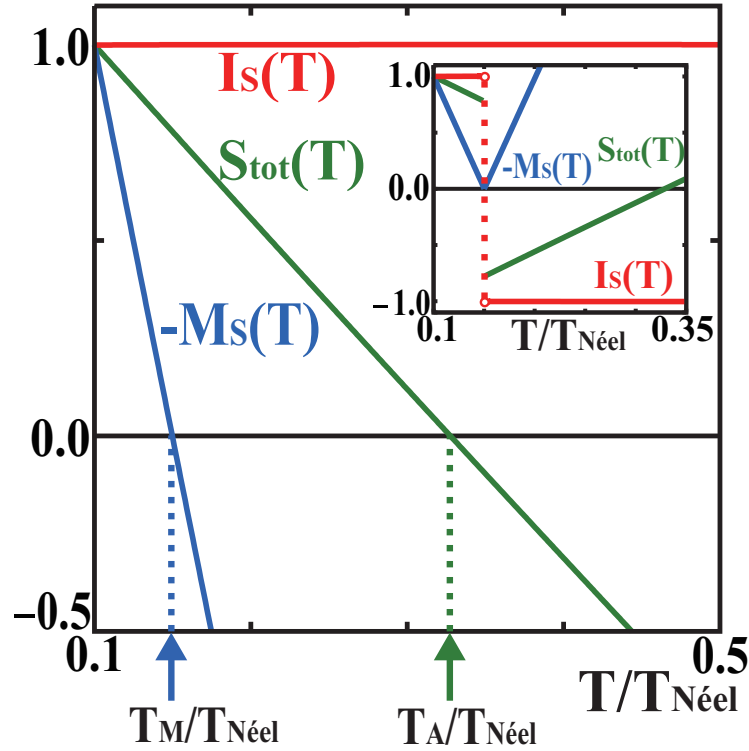


図 4.7 スピントラップ効果によるスピン注入 I_s [赤・式 (4.90)] 及び飽和磁化 M_s [青・式 (4.144)]・全角運動量 S_{tot} [緑・式 (4.146)] の温度依存性を表した図 (文献 [68] より転載)。補償効果を示すフェリ磁性体として $\text{Er}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ を想定し、図 4.6 のパラメタを使用した。 M_s が異方性磁場でピン留めされている。値は $T/T_{\text{Néel}} = 0.1$ のときのもので規格化されている。(挿入図: M_s が外部磁場にピン留めされた状況)

いてスピントラップ効果による有限のスピン流注入が発現する。

2. 磁化の符号にスピン流の符号が追従しない

外部磁場がないとき T_M において磁化の符号は反転するが、注入スピン流の符号は反転しない。外部磁場があるとき (図 4.7 中のインセット) T_M で磁化の符号は反転しないが、スピン流の符号は反転する。また T_A でスピン流に変化はない。

これは、磁化及びスピン流の符号と、副格子磁化の向きの関係に差があることに由来している。

(a) 外部磁場がないとき

磁気及び角運動量補償温度前後においてそれぞれの副格子磁化の向きは不変であり、熱により擾乱されやすい副格子の磁化の縦成分がより速く減少する。そのため磁気補償温度より高い温度で磁化の符号は反転する。一方でスピン流は副格子磁化のダイナミクスに依存し、磁気補償温度の前後で磁気ダイナミクスに変化がないので、スピン流の符号は反転しない。

(b) 外部磁場があるとき

磁気補償温度をまたいだ時それぞれの副格子磁化の向きは局所的に反転し、Zeeman エネルギーの損を避けるために常に外部磁場に対して正味の磁化がそろおうようになる。そのため磁気補償温度より高い温度で磁化の符号は反転しない。一方で磁気補償温度の前後で副格子磁化が局所的に反転すると、磁気ダイナミクスの向きが反転する。そのためスピン流の符号は

磁気補償温度で反転する。角運動量補償温度では磁気ダイナミクスの向きに変化がないのでスピントラッキングの符号は反転しない。

以上2点ともに、強磁性体におけるスピントラッキング効果では見られない現象である。どちらの現象も、フェリ磁性体において熱に対する応答が異なる副格子磁化が存在する事に由来しており、フェリ磁性体特有の現象であるといえる。

4.8.4 実験結果との比較：スピントラッキング効果の二度の符号反転

近年、磁気補償効果を示すフェリ磁性絶縁体として知られるガドリニウム鉄ガーネット ($\text{Gd}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$) を用いてスピントラッキング効果の実験 [42] が行われ、本章の理論の検証が行われた。その結果と、それに対する理論的な考察を行う。

$\text{Gd}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ は、磁気補償温度を室温付近 ($T_{\text{comp}} \approx 289\text{K}$) に持つフェリ磁性絶縁体として知られている。文献 [42] では、 $\text{Gd}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ と Pt の二層構造を作成し、界面に垂直方向に温度勾配を印加し、温度勾配を固定しながら系の温度を 20K から 300K まで変えて、スピントラッキング効果の測定を行った。図 4.8a では膜厚 26nm の $\text{Gd}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ の自発磁化を、図 4.8b では膜厚 4nm の白金の逆スピントラッキング電圧 $V_{\text{SSE}}(T)$ を白金の電気抵抗 $R(T)$ で割った値 $I_{\text{SSE}} = V_{\text{SSE}}(T)/R(T)$ の温度依存性を表している。図 4.8a より、280K 付近で磁気補償温度が観測されている。また、スピントラッキング効果によるスピントラッキングは、磁気補償温度の近くで一度符号反転した後、再び低温で符号反転を起こしていることが分かる。

本節では図 (4.8b) の二度の符号反転を、本章で構築したフェリ磁性絶縁体のスピントラッキング効果の理論を用いて説明する。

高温側 ($T_{\text{sign1}} = 255\text{K}$) での符号反転

すでに議論したように、外部磁場下における、フェリ磁性絶縁体/金属の二層構造におけるスピントラッキング効果による生成スピントラッキングは、磁気補償温度 (T_{comp}) での副格子スピンの回転に伴って符号反転を起こすことが期待される。図 (4.8a) と図 (4.8b) を比べると、符号反転の温度 $T_{\text{sign1}} = 255\text{K}$ と磁気補償温度 ($T_{\text{comp}} = 260\text{K}$) がほぼ一致していることから「高温側 ($T_{\text{sign1}} = 255\text{K}$) での符号反転は $\text{Gd}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ の磁気補償効果に由来する」つまり $T_{\text{sign1}} = T_{\text{comp}}$ と結論付けられる。

低温側 ($T_{\text{sign2}} \approx 65\text{K}$) での符号反転

以上のように、高温側 ($T_{\text{sign1}} = 255\text{K}$) でのスピントラッキングの符号反転は、磁気補償効果からの自然な帰結であり、結局 $T_{\text{sign1}} = T_{\text{comp}}$ であることが示される。一方で、低温側 ($T_{\text{sign2}} = 65\text{K}$) でのスピントラッキングの符号反転は、磁化曲線 (図 4.8a) に特徴的な変化が見られないことから、自発磁化に関する考察からは導かれない起源があると予想される。これは以下のように、異なるモードの競合に由来すると説明される。

フェリ磁性絶縁体/金属二層構造でのスピントラッキング効果による生成スピントラッキングの式 (4.113) を再掲する：

$$I_s = I_s^\alpha + I_s^\beta, \quad (4.149)$$

$$I_s^\alpha = \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} \frac{8N_{\text{int}}[J_{\text{sd}}^\alpha(\mathbf{q})]^2}{N_N N_F \hbar^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \text{Im}\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega) \text{Im}G_{\alpha, \mathbf{q}}^R(\omega) \left[\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_N} - \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_{AF}} \right], \quad (4.150)$$

$$I_s^\beta = \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} \frac{8N_{\text{int}}[J_{\text{sd}}^\beta(\mathbf{q})]^2}{N_N N_F \hbar^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \text{Im}\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega) \text{Im}G_{\beta, \mathbf{q}}^R(\omega) \left[\coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_N} - \coth \frac{\hbar\omega}{2k_B T_{AF}} \right]. \quad (4.151)$$

$[J_{sd}^\alpha(\mathbf{q})]^2$ と $[J_{sd}^\beta(\mathbf{q})]^2$ は式 (4.88) と (4.89) で定義している.

ここで, スピン A には Gd イオンが, スピン B には Fe イオンがそれぞれ対応するとして, 両者が同じ個数存在し, 反強磁性的に結合しているとしたモデルを考察する. 式 (4.88) と (4.89) について, $(u_{\mathbf{q}}^+)^2 - (u_{\mathbf{q}}^-)^2 = 1$ の関係式を用いると, $[J_{sd}^\alpha(\mathbf{q})]^2$ と $[J_{sd}^\beta(\mathbf{q})]^2$ はそれぞれ

$$[J_{sd}^\alpha(\mathbf{q})]^2 = [(J_{sd}^A)^2 S_A + (J_{sd}^B)^2 S_B](u_{\mathbf{k}}^-)^2 + (J_{sd}^A)^2 S_A, \quad (4.152)$$

$$[J_{sd}^\beta(\mathbf{q})]^2 = [(J_{sd}^A)^2 S_A + (J_{sd}^B)^2 S_B](u_{\mathbf{k}}^-)^2 + (J_{sd}^B)^2 S_B. \quad (4.153)$$

と変形される. ここで, 本章でのモデルの範囲内で磁気補償効果を再現するためには, Gd イオンのスピンの方が, Fe イオンのスピンよりも十分大きな値をとる ($S^A \gg S^B$) ことが必要となる.

式 (4.151) と式 (4.151) の ω 積分を実行し, それぞれ α, β モードの極について留数積分を行う. また, $[\coth(\hbar\omega/2k_B T_N) - \coth(\hbar\omega/2k_B T_{AF})] = 2[N_{BE}(\hbar\omega/k_B T_N) - N_{BE}(\hbar\omega/k_B T_{AF})]$ を温度差 $\Delta T = T_{AF} - T_N$ の 1 次まで展開する:

$$I_s^\alpha = - \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} \frac{4N_{\text{int}}[J_{sd}^\alpha(\mathbf{q})]^2}{N_N N_F \hbar^2} \text{Im} \chi_{\mathbf{k}}^R(\omega_{\mathbf{q}}^\alpha) \left[\frac{\partial}{\partial T} N\left(\frac{\hbar\omega_{\mathbf{q}}^\alpha}{k_B T_N}\right) \right] \Delta T, \quad (4.154)$$

$$I_s^\beta = \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} \frac{4N_{\text{int}}[J_{sd}^\beta(\mathbf{q})]^2}{N_N N_F \hbar^2} \text{Im} \chi_{\mathbf{k}}^R(\omega_{\mathbf{q}}^\beta) \left[\frac{\partial}{\partial T} N\left(\frac{\hbar\omega_{\mathbf{q}}^\beta}{k_B T_N}\right) \right] \Delta T. \quad (4.155)$$

式 (4.154) と式 (4.155) の符号が逆であることから, 両者の大小関係によって全体のスピン流 (4.150) の符号が決定されることが分かる. ここで, 式 (4.154) と式 (4.155) の大きさは, 以下の 2 つの要因によって主に決定される.

1. 界面の有効的な交換相互作用 $[J_{sd}^\alpha(\mathbf{q})]^2$ と $[J_{sd}^\beta(\mathbf{q})]^2$
2. マグノンの分布関数の温度微分 $\frac{\partial}{\partial T} N(\hbar\omega_{\mathbf{q}}^\alpha/k_B T_N)$ と $\frac{\partial}{\partial T} N(\hbar\omega_{\mathbf{q}}^\beta/k_B T_N)$

界面の有効的な交換相互作用の大小関係は, $\eta \equiv J_{sd}^A/J_{sd}^B$ によって決定される. 一方で, マグノンの分布関数の温度微分の大小関係は, マグノンの分散関係, 特に低温においてはエネルギーギャップによって決定される.

以上のことを踏まえ, 図 (4.9), (4.10), (4.11) を用いてスピン流の全体の符号を検討する. 図 (4.9) は $\text{Gd}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}/\text{Pt}$ の二層構造の模式図 (4.9a) と, それをマグノン描像で表した模式図 (4.9b) となる. ここでスピン A を Gd スピンに, スピン B を Fe スピンに対応させ, $S_A = S_{\text{Gd}}$, $S_B = S_{\text{Fe}}$, $J_{sd}^A = J_{\text{Gd-Pt}}$, $J_{sd}^B = J_{\text{Fe-Pt}}$ とした. 以下では, 図 (4.9b) に着目し, 温度を低温 (エネルギーギャップ $\Delta = zJ_{AB}(S_A - S_B)$ より低温) から上昇させたときの生成スピン流を考える.

エネルギーギャップを温度換算した量を $T_\Delta \equiv \Delta/k_B$ と定義する. まず, 温度が $T_\Delta \equiv \Delta/k_B$ よりも低い時 ($T_\Delta > T_N$) を考える. このような時, 模式図 (4.9b) を拡大したものが図 (4.10) にあたる. 図 (4.10) より, この時励起されるマグノンは α モードのみであり, 全スピン流は α モードからの寄与のみとなる:

$$I_s \approx I_s^\alpha, \quad (4.156)$$

$$I_s^\beta \approx 0. \quad (4.157)$$

式 (4.157) より, この時の全スピン流の符号は I_s^α と一致する.

次に, 温度を上げていき T_Δ よりも系が高温になった状況 ($T_\Delta < T_N$) を考える. このときの模式図

を図 (4.11) に示した。この時は、 α モードだけでなく β モードも励起されるので、全スピン流は

$$I_s = I_s^\alpha + I_s^\beta, \quad (4.158)$$

と表される。

さて、ここで仮に β モードと Pt の有効的な界面相互作用 $\mathcal{J}_{\text{sd}}^\beta(\mathbf{k})^2$ が、 α モードと Pt の有効的な界面相互作用 $\mathcal{J}_{\text{sd}}^\alpha(\mathbf{k})^2$ よりも十分大きい時、 β モードによるスピン流の寄与が勝ることが予想される。つまり、

$$I_s^\alpha < |I_s^\beta|, \quad (4.159)$$

となりうる。このとき、全スピン流の符号は I_s^β の符号と一致する。

以上のことをまとめると、 $\eta \equiv J_{\text{sd}}^A/J_{\text{sd}}^B$ の値が十分小さい時、系には

1. エネルギーギャップがなく、励起しやすいが、金属と弱く結合するモード
2. エネルギーギャップがあり、励起しにくい、金属と強く結合するモード

という2つの競合する、逆符号のスピン流を生成するマグノンがあり、

1. $T_N < \Delta/k_B$ のとき

$$\begin{aligned} I_s &= I_s^\alpha + I_s^\beta, \\ &\approx I_s^\alpha, \end{aligned} \quad (4.160)$$

また、 I_s の符号を $\text{sign}(I_s)$ と表すと、以下の関係が成り立つ：

$$\text{sign}(I_s) = \text{sign}(I_s^\alpha). \quad (4.161)$$

2. $T_N > \Delta/k_B$ のとき

$$I_s = I_s^\alpha + I_s^\beta, \quad (4.162)$$

であり、 $|I_s^\alpha| < |I_s^\beta|$ が満たされるため、以下の関係が成り立つ：

$$\text{sign}(I_s) = \text{sign}(I_s^\beta). \quad (4.163)$$

実際に、 $\eta \equiv J_{\text{sd}}^A/J_{\text{sd}}^B$ を小さく見積もった場合のスピンゼーベック効果の温度依存性を図 (4.12) に表した。図 (4.12a) では $\eta = 0$ 、図 (4.12b) では $\eta = 0.13$ としている。両方の図から、 η が小さい時に温度 T_{sign2} でスピン流の符号反転が見られることが確認される。

また、図 (4.12) からは η の値によって T_{sign2} の値が変化していることも読み取ることができる。 $\eta = 0$ とした図 (4.12a) では $T_{\text{sign2}} = 30\text{K}$ で、 $\eta = 0.13$ とした図 (4.12b) では $T_{\text{sign2}} = 68\text{K}$ と見積もられる。このことから T_{sign2} を測定することで、界面における副格子スピンの交換積分の比 η を見積もることができると言える。これを元に、文献 [42] と本章の結果を比較し、文献 [42] での界面相互作用の比 η を $\eta = 0.13$ と見積もることに成功した。

補足

符号反転の温度 ($T_{\text{sign1}} = 255\text{K}$) と磁気補償温度 ($T_{\text{comp}} = 260\text{K}$) との間に差がある理由として「磁気補償温度を正確に測定できていない」ことが考えられる。これは、図 (4.8a) を見ると、自発磁化が ($T_{\text{comp}} = 260\text{K}$) で完全に消失していないことから予想される。

また、図 (4.8b) では、スピンゼーベック効果によるスピン流が「連続的に符号反転している」ように見える。本論文では、磁気補償温度でスピン流が「非連続的に符号反転する」と主張しているため、理論と実験とに差が生じている。スピン流が連続的に符号反転するためには、全スピン流が一度消失する必要がある。ここで、すでに示したように、全スピン流が消失するためには「有効的な界面相互作用」と「異なるモードのマグノンの励起数」との積が一致する必要がある。

さて、本論文ではスピン波近似に範囲を限定して計算を行ったため、スピンの大きさ S^A と S^B が温度によって変化する効果を取り入れていない。仮に、この効果によって「有効的な界面相互作用」が受ける変更を考察すると、Gd スピンと白金の相互作用を $J_{\text{sd}}^{\text{Gd}}$ 、Fe スピンと白金の相互作用を $J_{\text{sd}}^{\text{Fe}}$ とすると、一般に $J_{\text{sd}}^{\text{Gd}} \neq J_{\text{sd}}^{\text{Fe}}$ であるので、有効的な界面相互作用が $I_{\text{SSE}}(\alpha)$ と $I_{\text{SSE}}(\beta)$ で一致することは非現実的であると言える。

同様に、スピンの大きさ S^A と S^B が温度によって変化する効果を考慮したことによる「異なるモードのマグノンの励起数」が受ける影響を考察する。マグノンの励起数が一致するためには、マグノンが縮退する必要がある。まず、 β モードが持つエネルギーギャップ $\Delta = J_{\text{AB}}(S^A - S^B) + D^A S^A + D^B S^B + \mu_B H_0(g_A S^A - g^B S^B)$ が受ける影響を考える。Gd スピン (電子配置 $4f_7$) と Fe スピン (遷移金属) の軌道角運動量 L_z の期待値が共に 0 である [10] ことを考慮して $D^A = D^B = 0$ 、 $g^A = g^B = g$ と仮定すると、 $\Delta = (J_{\text{AB}} + g\mu_B H_0)(S^A - S^B)$ と得られる。よって、磁気補償温度 $gS^A = gS^B$ で $\Delta = 0$ となり、エネルギーギャップが閉じることが示される。よって、波数 0 のみに着目すると、2 つのマグノンが縮退しているように見える。

次に、有限の波数でのエネルギー分散が受ける影響を考える。これは $J_A \neq J_B$ であるため、仮に $S^A = S^B$ であっても、縮退することはないと言える。こうして、スピンの大きさ S^A と S^B が温度によって変化する効果を考慮しても「異なるモードのマグノンの励起数」が等しくなることはない結論付けられる。

以上のことから、スピン波近似よりも高次の効果を取り込んでも、磁気補償温度でスピン流が完全に消失することはないと考えられる。図 (4.8b) の T_{sign1} でスピン流が消失するように見えている理由としては、スピン流の非連続的な変化が小さいため観測できていないことが考えられ、 T_{sign1} 周りを詳しく測定することで非連続的な変化を観測できることが予想される。

4.9 本章のまとめ

本章で得られた主要な結果は以下の通りである。

1. 反強磁性絶縁体及びフェリ磁性絶縁体から金属へのスピンゼーベック効果を、強磁性体での理論を拡張して計算した。ここで、反強磁性絶縁体及びフェリ磁性絶縁体にスピン波近似を適用した。その結果、得られたスピン流は、2 つのモードからの寄与の差として表わされること、各モード毎の式は界面を通過するマグノンと常磁性金属の電子スピン揺らぎの個数の差で表されることを示した。また、反強磁性絶縁体及びフェリ磁性絶縁体のマグノンのモードの偏極を導入し、モー

ド毎に逆向きに偏極していること、そのモード毎に逆向きのスピントラップが得られることから、バルクの性質であるマグノンのモード毎の偏極の違いが、スピントラップ効果による生成スピントラップの符号に反映されることが本研究によって初めて明らかにされた。

2. 温度勾配が与えられている時に、反強磁性絶縁体と金属界面を流れるスピントラップは、界面において金属と局在スピントラップとの相互作用が副格子ごとに等しく、外部磁場が0のときにおいて消失することを示した。
3. 温度勾配が与えられている時に、フェリ磁性体/常磁性金属の界面を通して逆符号のスピントラップを運ぶモードのマグノンの個数が等しい時、スピントラップ効果が消失するという条件を導いた。
4. 磁気及び角運動量補償温度で有限のスピントラップ効果が得られることと、その理由として
 - 界面とフェリ磁性体の情報を反映するスピントラップ効果の消失条件
 - フェリ磁性体のみの情報を反映する補償効果の条件
 の2つが一致しないためであることを明らかにした。
5. 磁化の符号にスピントラップの符号が追従しないことと、その理由は磁化の符号とスピントラップの符号が、
 - 磁化の符号は局在スピントラップの向きに必ずしもよらない
 - スピントラップの符号は局在スピントラップの向きによる
 という異なる性質を持つためであることを明らかにした。
6. フェリ磁性絶縁体と金属の界面で、副格子ごとの相互作用が異なる場合に、スピントラップの符号が二度反転する機構を説明した。そのうち高温側での符号反転は磁気補償効果に由来することを示し、また、低温側での符号反転は、
 - エネルギーギャップがなく、励起しやすいが、金属と弱く結合するモード
 - エネルギーギャップがあり、励起しにくいだが、金属と強く結合するモード
 の、逆向きのスピントラップを運ぶ2つのモードの競合に由来することを示した。さらに、符号反転する温度を測定することで、物質パラメタである界面相互作用の比を見積もれることを示した。

反強磁性絶縁体及びフェリ磁性絶縁体におけるスピントラップ効果に関する研究成果は、以下の論文に掲載された。

[42] S. Geprags, A. Kehlberger, F. D. Coletta, Z. Qiu, E. J. Guo, T. Schulz, C. Mix, S. Meyer, A. Kamra, M. Althammer, H. Huebl, G. Jakob, Y. Ohnuma, H. Adachi, J. Barker, S. Maekawa, G. E. W. Bauer, E. Saitoh, R. Gross, S. T. B. Goennenwein, and M. Klau, “Origin of the spin Seebeck effect in compensated ferrimagnets”, *Nature Communications*, **7**:10452 doi:10.1038/ncomms10452 (2016).

[68] Y. Ohnuma, H. Adachi, E. Saitoh, and S. Maekawa, “Spin Seebeck effect in antiferromagnets and compensated ferrimagnets”, *Physical Review B* **87**, 014423 (2013).

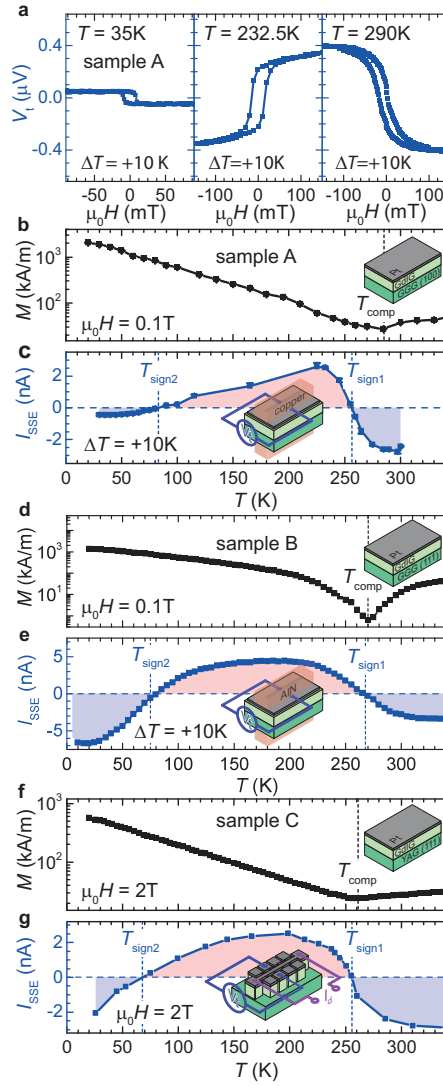


図 4.8 図 a : Sample A での $\text{Gd}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}/\text{Pt}$ 系における、スピンゼーベック効果による逆スピンホール電圧の外部磁場依存性. 35K と 232.5K の間で一度、232.5K と 290K の間とでもう一度、逆スピンホール電圧の符号が反転している. 図 b, d, f : Sample A, B, C における、 $\text{Gd}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ の自発磁化の温度依存性 [黒線]. 縦軸 (自発磁化) はログスケールで表示. およそ 285K, 270K, 260K 付近に、磁化の消失する磁気補償温度 T_{comp} が見られる. 図 c, e, g : $\text{Gd}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}/\text{Pt}$ 系におけるスピンゼーベック効果の温度依存性 [青線](図 b). 縦軸の I_{SSE} は、Pt で測定された逆スピンホール電圧 $V_{\text{SSE}}(T)$ を Pt の電気抵抗率 $R(T)$ で割った関数として定義している ($I_{\text{SSE}} = V_{\text{SSE}}(T)/R(T)$). 図 c において $T_{\text{sign1}} \approx 260\text{K}$ と $T_{\text{sign2}} \approx 80\text{K}$, 図 e において $T_{\text{sign1}} \approx 270\text{K}$ と $T_{\text{sign2}} \approx 75\text{K}$, 図 g において $T_{\text{sign1}} \approx 255\text{K}$ と $T_{\text{sign2}} \approx 70\text{K}$ にてそれぞれ、 I_{SSE} が二度反転していることが分かる (文献 [42] より引用).

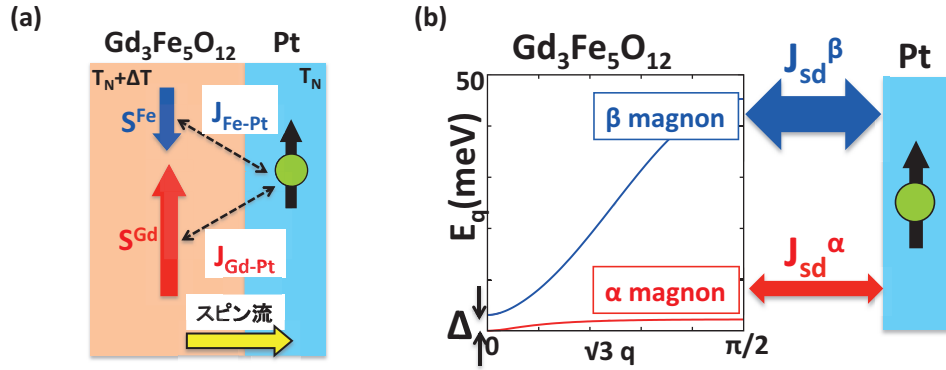


図 4.9 図 a: $\text{Gd}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}/\text{Pt}$ の二層構造の模式図. 図 b: 図 a を「マグノン」の描像で表した模式図. α モードには S_{Gd} が, β モードには S_{Fe} が主に寄与している. ここで, $\text{Gd}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ の Néel 温度 $T_{\text{Néel}} = 565\text{K}$ と磁気補償温度 $T_{\text{comp}} = 286\text{K}$ [10] を再現するように, パラメタを $J_A = 0\text{ meV}$, $J_B = 0.68\text{ meV}$, $J_{AB} = 0.065\text{ meV}$, $S_A = 21/2$, $S_B = 5/2$, $g_A = g_B = 2$, $D_A = D_B = 0\text{ meV}$ としてマグノンの分散関係を示した.

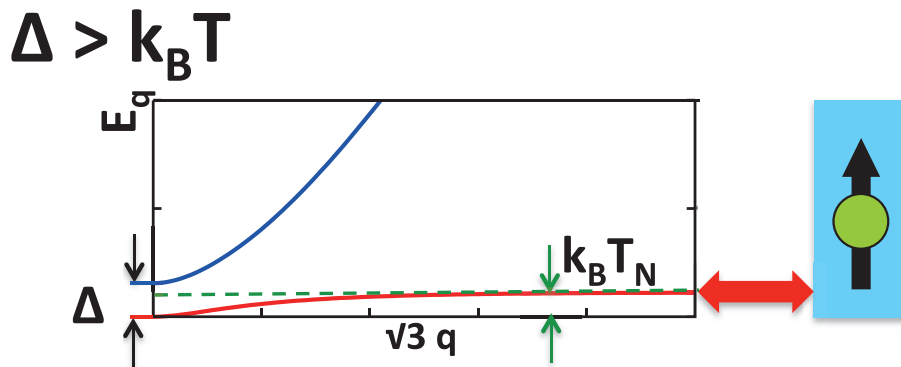


図 4.10 エネルギーギャップ Δ より温度 T_N が低い時 $\Delta > k_B T_N$ の, 図 b を用いたスピンゼーバック効果による生成スピン流の模式図.

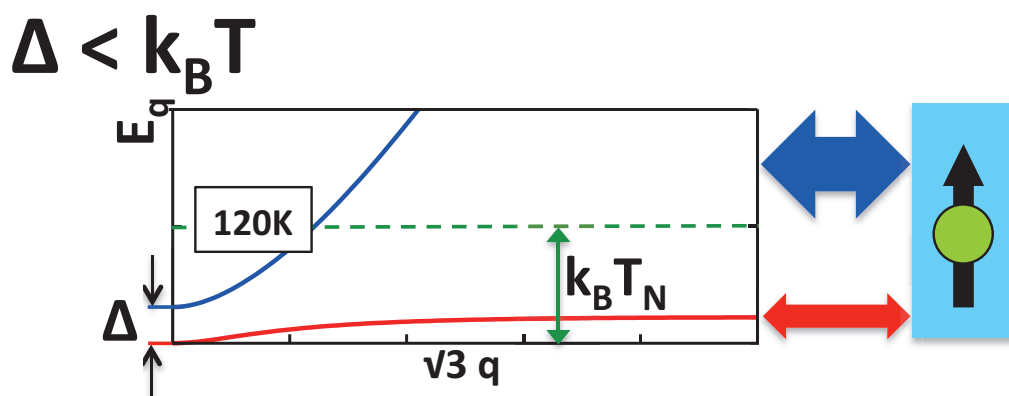


図 4.11 エネルギーギャップ Δ より温度 T_N が低い時 $\Delta > k_B T_N$ の，図 b を用いたスピンゼーベック効果による生成スピン流の模式図.

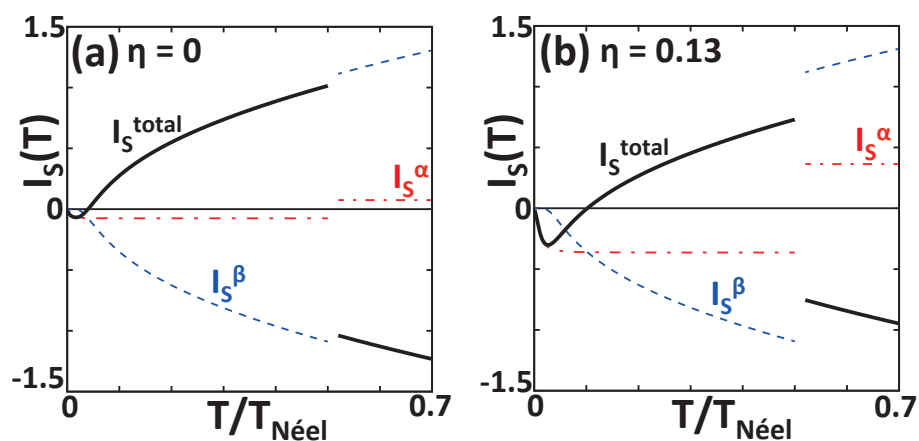


図 4.12 式 (4.150)，式 (4.151)，式 (4.151) を， $\text{Gd}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}/\text{Pt}$ の二層構造に適用して計算した，スピンゼーベック効果の温度依存性. 図 a, b の縦軸は， ΔT を含む，温度に依存しない係数で規格化した全スピン流 (4.150)[黒線]， α モードからのスピン流 (4.151)[赤線]， β モードからのスピン流 (4.151)[青線] をそれぞれ表す. 横軸は Néel 温度で規格化した温度 $T/T_{\text{Néel}}$ を表す. また，図 a は $\eta = 0$ ，図 b は $\eta = 0.13$ の時を表す. 高温側の非連続的な符号反転は磁気補償効果による.

第 5 章

温度勾配と交流磁場を同時に印加した際のスピンの生成

これまで、第三章でスピンポンピングを定式化し、交流磁場を照射した強磁性絶縁体から隣接する金属へ注入されるスピン流を計算した。また第四章でスピンゼーバック効果を定式化し、温度勾配を印可したフェリ磁性絶縁体及び反強磁性絶縁体から、それに隣接する金属へ注入されるスピン流を計算し、その性質や物質依存性を議論してきた。これらの考察から得られた知識を利用して、本章では、まず、強磁性絶縁体と金属の接合系に、交流磁場と温度勾配を「同時に」印可した際に生成されるスピン流を、非平衡 Green 関数法を用いて計算する。その結果、スピンポンピングとスピンゼーバック効果に加えて、交流磁場と温度勾配の積に比例する新しいスピン流が得られることを示す。次に、この温度勾配と交流磁場強度に比例するスピン流は「注入スピン流強度に比例した Gilbert 緩和項の増減を引き起こす」というスピンポンピングに普遍的な関係を満足していることを示し、Gilbert 緩和項変調が温度勾配に比例することを導く。さらに、この式を用いて、金属側を温めると負の Gilbert 緩和項変調が現れること、そして、この方向の温度勾配で系全体を冷却すると Gilbert 緩和項が 0 となりマグノンの不安定性が実現されることを示す。

なお、この章の内容の一部は、既に文献 [90] によって出版されている。

5.1 計算に使用したモデル

ここでは本章の計算に用いたモデルを説明する。第三章と同様に磁性絶縁体と金属の接合系を考える。この時、磁性絶縁体としては、強磁性絶縁体や同様の磁性を示す $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ のようなフェリ磁性絶縁体を想定する。一方で、金属としては白金のような常磁性金属を想定する。これら磁性絶縁体と金属との相互作用は第三章で定義されている。

本章では接合系に温度勾配と交流磁場を同時に印加した場合の生成スピン流を計算するため、温度勾配と交流磁場をモデルに含める必要がある。交流磁場と磁性絶縁体との相互作用は第三章で定義されている。一方で、温度勾配については、これまで考えた金属と磁性絶縁体の間の温度差の効果に加えて、磁性絶縁体中の温度勾配の効果も考慮する。これは、低温領域で顕著な影響を及ぼす、フォノン・ドラッグというプロセスを記述するためである。

5.1.1 局所熱平衡状態にある部分系への分割法

温度勾配が存在する磁性絶縁体を2つの部分系に分割する。このとき、それぞれの部分系は、初期状態において、温度 T_1 , T_2 で表される局所熱平衡状態にあるとする。このとき、磁性絶縁体の密度行列 $\rho(t)$ は、温度 T_1 にある部分系の密度行列 $\rho_{T_1}(t)$ と温度 T_2 にある部分系の密度行列 $\rho_{T_2}(t)$ とを用いて、

$$\rho_T(t) = \rho_{T_1}(t) \otimes \rho_{T_2}(t), \quad (5.1)$$

と表される。そして、それぞれの部分系で非平衡 Green 関数を定義し、初期状態から相互作用を断熱的に入れて摂動計算を行う。

部分系の幅は局所温度を定義できる長さ以上にとる必要があり、これは音響フォノンの平均自由行程程度であると考えられる [91]。今、 $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ を例にとると、フォノンの平均自由行程は温度に依存し、温度 300K で 100nm 程度で、温度 50K では $1\mu\text{m}$ 程度となることが知られている [92]。

しかし、本章で示した解析の結果、最終結果は温度差ではなく温度勾配に比例することが明らかとなり、こうした温度の分割幅の取り方には依存しないことが示される。

5.1.2 局所熱平衡状態にあるそれぞれの部分系の温度

磁性絶縁体を熱平衡状態にある複数の部分系に分割した際の、それぞれの部分系の温度を示す。今、磁性絶縁体を2分割する。磁性絶縁体の高温側の端が温度 T_H にあるとし、低温側の端が温度 T_L にあるとする。このとき重心の温度は $T_0 = (T_H + T_L)/2$ となる。すると、高温側にある部分系の重心の温度は $T_2 = (T_H + T_0)/2 = (3T_H + T_0)/4$ となり、低温側にある部分系の重心の温度は $T_1 = (T_L + T_0)/2 = (3T_L + T_0)/4$ と求められる。なお、系の温度分布について、図 (5.1) に示した。

5.1.3 計算に使用するモデル

本章では、系のフォノンが温度勾配によって駆動され、磁性絶縁体のマグノン及び金属のスピン揺らぎと相互作用する過程を解析する。なお、本章では、フォノンの音響モードにのみ着目する。

金属中のフォノンに働く相互作用

金属 N でのフォノンの生成消滅演算子を $b_{\mathbf{k}_3}$, $b_{\mathbf{k}_3}^\dagger$ とする。自由なフォノンのモデルハミルトニアンは

$$H_{\text{ph}}^N = \sum_{\mathbf{k}_3} \hbar \nu_{\mathbf{k}_3}^0 b_{\mathbf{k}_3}^\dagger b_{\mathbf{k}_3}, \quad (5.2)$$

と表される。ここで、 \mathbf{k}_3 は金属の波数を、また、金属の音響モードの速度 v_{ph}^{0N} を用いて $\hbar \nu_{\mathbf{k}}^0 = \hbar v_{\text{ph}}^{0N} \mathbf{k}$ と表している。

また、金属中の電子スピン揺らぎとフォノンの相互作用を、文献 [93] にならって

$$H_{\text{e-ph}}^N = \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{K}} \Upsilon_{\mathbf{K}} (b_{\mathbf{k}_3} + b_{-\mathbf{k}_3}^\dagger) s_{\mathbf{k}+\mathbf{K}}^+ s_{\mathbf{k}}^-, \quad (5.3)$$

と定義する。ここで $\Upsilon_{\mathbf{K}}$ はフォノンとスピン揺らぎの結合パラメタを表しており、 $\Upsilon_{\mathbf{K}}$ の具体形は、 M_{ion} と $g_{\text{s-p}}$ をそれぞれイオンの質量とスピン揺らぎ-フォノン相互作用の結合強度定数とすると、 $\Upsilon_{\mathbf{K}} = (g_{\text{s-p}}/\hbar) \sqrt{\hbar \nu_{\mathbf{K}}/2M_{\text{ion}} v_{\text{ph}}^2}$ と表される。

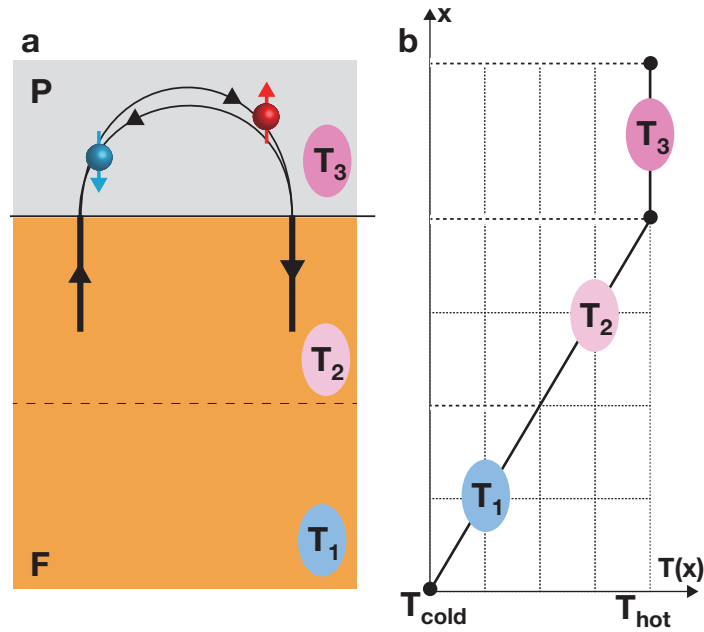


図 5.1 図 a：磁性絶縁体中の温度勾配の効果を考慮した，磁性絶縁体/金属の二層構造の模式図．図 b：二層構造での温度分布．

演算子 $B_{\mathbf{k}_3}(t) = b_{\mathbf{k}_3}(t) + b_{-\mathbf{k}_3}^\dagger(t)$ と $b_{\mathbf{k}_3}(t) = b_{\mathbf{k}_3}^\dagger e^{i\nu_{\mathbf{k}_3}t}$ を用いて，自由なフォノンの Green 関数 $d_{\mathbf{k}}(t, t')$ を Keldysh 経路上で以下のように定義する：

$$d_{\mathbf{k}_3}(\tau, \tau') = (-i) \langle T_C B_{\mathbf{k}_3}(\tau) B_{-\mathbf{k}_3}(\tau') \rangle, \quad (5.4)$$

ここで，外部から力学的な振動が加えられていないため，フォノンの Green 関数は時間について定常であるとする．すると遅延生成 $d_{\mathbf{k}_3}^R(t, t') = (-i) \langle [B_{\mathbf{k}_3}(t), B_{-\mathbf{k}_3}(t')] \rangle$ の周波数表示は以下のように表される．

$$d_{\mathbf{k}_3}^R(\nu) = (\nu - \nu_{\mathbf{k}_3}^0 + i\delta)^{-1} - (\nu + \nu_{\mathbf{k}_3}^0 + i\delta)^{-1}, \quad (5.5)$$

金属中のフォノンは，電子フォノン相互作用や金属中の格子欠陥との相互作用等に由来した自己エネルギーを得る．これを Σ とおくと，相互作用を繰り込んだフォノンの遅延 Green 関数 $D_{\mathbf{k}_3}^R(\nu)$ は Dyson 方程式 $D_{\mathbf{k}_3}^R(\nu) = d_{\mathbf{k}_3}^R(\nu) + d_{\mathbf{k}_3}^R(\nu) \Sigma_{\mathbf{k}_3}^R(\nu) D_{\mathbf{k}_3}^R(\nu)$ を解くことで得られる．自己エネルギーの実部からの補正を無視して，虚部を $\tau_N = [\text{Im} \Sigma_{\mathbf{k}_3}(\omega)]^{-1}$ として緩和時間 τ_N で表すと，繰り込まれたフォノンの遅延 Green 関数 $D_{\mathbf{k}_3}^R(\nu)$ は

$$D_{\mathbf{k}_3}^R(\nu) = (\nu - \nu_{\mathbf{k}_3} + i\tau_N^{-1})^{-1} - (\nu + \nu_{\mathbf{k}_3} + i\tau_N^{-1})^{-1}, \quad (5.6)$$

と表される．ただし τ_N^{-1} は低周波数極限で ν で展開できるとする．

Keldysh 成分 $D_{\mathbf{k}_3}^K(\nu)$ は，フォノンがボース粒子であることを考慮して，

$$D_{\mathbf{k}_3}^K(\nu) = \text{Im} D_{\mathbf{k}_3}^R(\nu) \coth\left(\frac{\hbar\nu}{2k_B T}\right) \quad (5.7)$$

と表される．

磁性絶縁体中のフォノンに働く相互作用

前節のように磁性絶縁体を2つに分割し、温度 T_1 と T_2 で特徴づけられる部分系をそれぞれ $F1$ 及び $F2$ と定義する。 $F1$ と $F2$ におけるフォノンの生成消滅演算子をそれぞれ $b_{\mathbf{k}_1}$, $b_{\mathbf{k}_1}^\dagger$ 及び $b_{\mathbf{k}_2}$, $b_{\mathbf{k}_2}^\dagger$ とする。 $F1$ と $F2$ それぞれの自由なフォノンのモデルハミルトニアン $H_{\text{ph}}^{\text{F1}}$ と $H_{\text{ph}}^{\text{F2}}$ は

$$H_{\text{ph}}^{\text{F1}} = \sum_{\mathbf{k}_1} \hbar \nu_{\mathbf{k}_1} b_{\mathbf{k}_1}^\dagger b_{\mathbf{k}_1}, \quad (5.8)$$

$$H_{\text{ph}}^{\text{F2}} = \sum_{\mathbf{k}_2} \hbar \nu_{\mathbf{k}_2} b_{\mathbf{k}_2}^\dagger b_{\mathbf{k}_2}, \quad (5.9)$$

と表される。ここで、温度によってフォノンの分散関係は変化しないと仮定し、磁性絶縁体の音響モードの速度 v_{ph}^F を用いて $\hbar \nu_{\mathbf{k}_{1,2}} = \hbar v_{\text{ph}}^F \mathbf{k}_{1,2}$ とした。

$B_{\mathbf{k}_1} = b_{\mathbf{k}_1} + b_{-\mathbf{k}_1}^\dagger$ とする。磁性絶縁体中におけるマグノンは、以下の相互作用、

$$H_{\text{m-ph}}^{\text{F1}} = \sum_{\mathbf{k}_1 \mathbf{q}} g_{\text{m-ph}} a_{\mathbf{q}+\mathbf{k}_1}^\dagger a_{\mathbf{k}_1} B_{\mathbf{k}_1}, \quad (5.10)$$

を通してフォノンと相互作用する。ここで $g_{\text{m-ph}}$ はマグノン・フォノン相互作用の結合定数を表しており、交換相互作用 J の勾配 $g_{\text{m-ph}} = 2S_0 \sqrt{\hbar \nu_{\mathbf{K}} / 2M_{\text{ion}} v_{\text{ph}}^2} (\partial J(x) / \partial x)_{x=x_0}$ で表される。 x_0 は平衡状態での位置を表す。このモデルにおいて、マグノンのハミルトニアン及び Green 関数は $F1$ と $F2$ で共通であると仮定する。そのため、フォノンとマグノンの相互作用は式 (5.10) を用いて解析する。

また、非調和な格子振動によってフォノン同士が散乱する効果を、結晶ポテンシャル $U(\mathbf{r})$ を変位について3次及び4次まで展開し考慮する。 $U(\mathbf{r})$ の変位についての3次及び4次の導関数 $\delta \mathbf{r}^3 \partial^3 U(\mathbf{r}) / \partial \mathbf{r}^3$, $\delta \mathbf{r}^4 \partial^4 U(\mathbf{r}) / \partial \mathbf{r}^4$ のフーリエ変換をそれぞれ $W_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}'_1 \mathbf{k}''_1}^{(3)}$, $W_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}'_1 \mathbf{k}''_1 \mathbf{k}'''_1}^{(4)}$ と表すと、結晶ポテンシャルの4次までの展開について、フォノン・フォノン相互作用は

$$\begin{aligned} H_{\text{ph-ph}}^{\text{F(i)}} &= \sum_{\mathbf{k}_{(i)} \mathbf{k}'_{(i)} \mathbf{k}''_{(i)}} W_{\mathbf{k}_{(i)} \mathbf{k}'_{(i)} \mathbf{k}''_{(i)}}^{(3)} B_{\mathbf{k}_{(i)}} B_{\mathbf{k}'_{(i)}} B_{\mathbf{k}''_{(i)}} \delta(\mathbf{k}_{(i)} + \mathbf{k}'_{(i)} + \mathbf{k}''_{(i)}), \\ &+ \sum_{\mathbf{k}_{(i)} \mathbf{k}'_{(i)} \mathbf{k}''_{(i)} \mathbf{k}'''_{(i)}} W_{\mathbf{k}_{(i)} \mathbf{k}'_{(i)} \mathbf{k}''_{(i)} \mathbf{k}'''_{(i)}}^{(4)} B_{\mathbf{k}_{(i)}} B_{\mathbf{k}'_{(i)}} B_{\mathbf{k}''_{(i)}} B_{\mathbf{k}'''_{(i)}} \delta(\mathbf{k}_{(i)} + \mathbf{k}'_{(i)} + \mathbf{k}''_{(i)} + \mathbf{k}'''_{(i)}), \end{aligned} \quad (5.11)$$

と表される。ここで $i = 1, 2$, つまり $F1$ と $F2$ のフォノンの相互作用を表す。

$F1$ 及び $F2$ の自由なフォノンの Green 関数 $d_{\mathbf{k}_{(i)}}(t, t')$, ($i = 1, 2$) を Keldysh 経路上で以下のように定義する：

$$d_{\mathbf{k}_{(i)}}(\tau, \tau') = (-i) \langle T_C B_{\mathbf{k}_{(i)}}(\tau) B_{-\mathbf{k}_{(i)}}(\tau') \rangle, \quad (5.12)$$

遅延生成 $d_{\mathbf{k}_{(i)}}^R(t, t') = (-i) \langle [B_{\mathbf{k}_{(i)}}(t), B_{-\mathbf{k}_{(i)}}(t')] \rangle$ の周波数表示は以下のように表される。

$$d_{\mathbf{k}_{(i)}}^R(\nu) = (\nu - \nu_{\mathbf{k}_{(i)}}^0 + i\delta)^{-1} - (\nu + \nu_{\mathbf{k}_{(i)}}^0 + i\delta)^{-1}, \quad (5.13)$$

また、フォノン・マグノン相互作用やフォノン・フォノン相互作用から $F1$ および $F2$ のフォノンの自己エネルギーが得られる。式 (5.10) と式 (5.11) から得られる自己エネルギーをそれぞれ $\Sigma_{\text{m-ph}(i)}$, $\Sigma_{\text{ph-ph}(i)}$ とする。ここで、 $(i) = 1, 2$ は $F1$ と $F2$ を示す。フォノンの緩和時間 $\tau_{\text{F}(i)}$ ($i = 1, 2$) は

$$\tau_{\text{F}(i)}^{-1} = -\text{Im} \Sigma_{\text{m-ph}(i)} - \text{Im} \Sigma_{\text{ph-ph}(i)}, \quad (5.14)$$

と表され、繰り込まれたフォノンの Green 関数の遅延成分 $D_{\mathbf{k}(i)}^R(\nu)$ は

$$D_{\mathbf{k}(i)}^R(\nu) = (\nu - \nu_{\mathbf{k}(i)} + i\tau_{F(i)}^{-1})^{-1} - (\nu + \nu_{\mathbf{k}(i)} + i\tau_{F(i)}^{-1})^{-1}, \quad (5.15)$$

と表される。

隣り合う領域間でフォノンに働く相互作用

N と $F2$ 及び $F2$ と $F1$ の界面における相互作用をフォノンの演算子で表す。まず、 N と $F2$ 界面における結晶ポテンシャルを N と $F2$ の変位場 $\delta\mathbf{r}_N = \mathbf{r}_N - \mathbf{r}_0$ と $\delta\mathbf{r}_{F2} = \mathbf{r}_{F2} - \mathbf{r}_0$ (ただし \mathbf{r}_0 は界面での位置座標) で 2 次まで展開すると、

$$\begin{aligned} U(\mathbf{r}) = U(\mathbf{r}_0) &+ \sum_a \frac{\partial U(\mathbf{r}_0)}{\partial r_N^a} \delta r_N^a + \sum_a \frac{\partial U(\mathbf{r}_0)}{\partial r_{F2}^a} \delta r_{F2}^a \\ &+ \sum_{a,b} \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U(\mathbf{r}_0)}{\partial r_{F2}^a \partial r_{F2}^b} \delta r_{F2}^a \delta r_{F2}^b + \sum_{a,b} \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U(\mathbf{r}_0)}{\partial r_N^a \partial r_N^b} \delta r_N^a \delta r_N^b + \sum_{a,b} \frac{\partial^2 U(\mathbf{r}_0)}{\partial r_{F2}^a \partial r_N^b} \delta r_{F2}^a \delta r_N^b, \end{aligned} \quad (5.16)$$

が得られる。ただし a と b は x, y, z の和を取るとする。式 (5.16) で第一項は定数なので以降は考慮しない。第二項と第三項はポテンシャルの 1 階微分に比例するので 0 となる。第四項と第五項は、それぞれ $F2$ と N 内部の相互作用であり、すでに取り込まれている。そのため、最後の項のみに着目すればよい。界面に垂直方向に振動する縦波モードのみに着目し、最後の項をフーリエ変換して波数表示にし、フォノン場の演算子で表すと、相互作用項として、

$$H_{N-F2} = \hbar \sum_{\mathbf{k}_3 \mathbf{k}_2} \Omega_{\mathbf{k}_3 \mathbf{k}_2} B_{\mathbf{k}_3} B_{\mathbf{k}_2}, \quad (5.17)$$

を得る。ここで $\Omega^{(2,3)} \equiv \frac{\partial^2 U(\mathbf{r}_0)}{\partial r_{F2}^a \partial r_N^b}$ と定義し $\hbar \Omega_{\mathbf{k}_3 \mathbf{k}_2} = \hbar \sum_{\mathbf{r}_0} e^{i(\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r}_0} \Omega^{(2,3)}$ と表した。

同様に、 $F2$ と $F1$ 界面でのフォノンの相互作用は、

$$H_{F2-F1} = \hbar \sum_{a,b} \sum_{\mathbf{k}_2 \mathbf{k}_1} \Omega_{\mathbf{k}_2 \mathbf{k}_1} B_{\mathbf{k}_2}^b B_{\mathbf{k}_1}^a, \quad (5.18)$$

と表される。ここで $\Omega^{(1,2)} \equiv \frac{\partial^2 U(\mathbf{r}_0)}{\partial r_{F1}^a \partial r_{F2}^b}$ と定義し $\hbar \Omega_{\mathbf{k}_2 \mathbf{k}_1} = \hbar \sum_{\mathbf{r}_0} e^{i(\mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_1) \cdot \mathbf{r}_0} \Omega^{(1,2)}$ と表した。

ハミルトニアンの変動項

以上より、各部分系のフォノンのハミルトニアンにおける変動項は、

$$V_{\text{ph}} = H_{\text{e-ph}}^N + H_{\text{m-ph}}^{F1} + H_{N-F2} + H_{F2-F1}, \quad (5.19)$$

と表される。ここで、フォノン・フォノン散乱項は $F1$ と $F2$ それぞれのフォノンの緩和時間に繰り込まれたとしている。

5.2 生成スピン流の定式化

前節までで示したモデルを用いて、温度勾配と交流磁場を同時に印加した際の生成スピン流を、非平衡 Green 関数を用いて変動計算する。

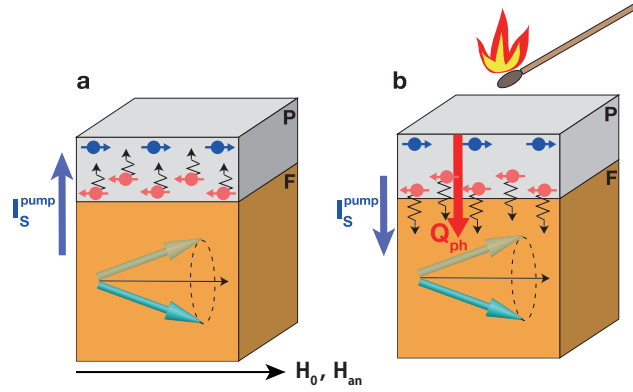


図 5.2 温度勾配と交流磁場を同時に印加した際の、磁性絶縁体/金属接合系の模式図と物理的描像を表した図。ここで H_0 と H_{an} はそれぞれ印加した静磁場と異方性磁場 ($H_{an} \ll H_0$) を表す。(a) 温度勾配が存在しない時の図。このとき、強磁性体で歳差運動する磁化 (もしくはマグノン) が、接合した金属へスピン流を注入する。このとき、マグノンの個数とスピン角運動量の間に $S^z = S_0 - a^\dagger a$ という関係があることを考慮すると、スピン流が金属へ注入されることで Gilbert 緩和項が増大する。(b) 温度勾配が印加され、金属のほうが高温になった時の図。金属に注入されたスピン流は、温度勾配によって駆動されたフォノンが運ぶ熱流 Q_{ph} に引きずられ、強磁性体へ戻されるため、結果的にスピンのバックフローが発生する。このバックフローによって、マグノンがスピン角運動量を獲得するため、Gilbert 緩和項が減少する。条件が満たされると、この Gilbert 緩和項を減少させる効果によってマグノンの不安定性が誘起され、交流磁場の発振が導かれる。

簡単のため、交流磁場は円偏光にあるとする。第2章で示したように、交流磁場によって金属へ注入されるスピン流 (2.123) は、界面での交換相互作用の2次まで摂動計算して

$$I_S = \left(\frac{J_{sd}}{\hbar} \right)^2 \frac{N_{imp}}{2N_N N_F} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \text{Re} \left[\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega, \bar{t}) G_{\mathbf{q}}^K(\omega, \bar{t}) + \chi_{\mathbf{k}}^K(\omega, \bar{t}) G_{\mathbf{q}}^A(\omega, \bar{t}) \right], \quad (5.20)$$

と表される。ここで、円偏光の交流磁場を考えるので、各 Green 関数は時間について定常であるとした。

次に、金属のスピン帯磁率及び磁性絶縁体のマグノンの Green 関数をそれぞれ摂動計算から求める。このときに、スピン帯磁率は、界面を通して伝搬するフォノンとの相互作用を摂動として取り込む。フォノンとの相互作用を2次まで取り込んだ帯磁率は、

$$\delta\chi_{\mathbf{k}}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}N_F N_P} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{K}_3} \Upsilon_{\mathbf{K}_3}^2 \chi_{\mathbf{k}}(\omega) i \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\nu}{2\pi} \chi_{\mathbf{k}-\mathbf{K}_3}(\omega - \nu) \delta D_{\mathbf{K}_3}(\nu) \chi_{\mathbf{k}}(\omega) \quad (5.21)$$

と表される。ただし、ここで $\delta D_3(\nu)$ の Keldysh 成分は以下のように表される：

$$\begin{aligned} \delta D_{\mathbf{K}_3}^K(\nu) &= \frac{L}{N_F^2} \sum_{\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2} |D_{\mathbf{K}_3}^R(\nu)|^2 |D_{\mathbf{K}_2}^R(\nu)|^2 \text{Im} D_{\mathbf{K}_1}^R(\nu) \\ &\quad \times \left[\coth\left(\frac{\hbar\nu}{2k_B T_3}\right) - \coth\left(\frac{\hbar\nu}{2k_B T_1}\right) \right]. \end{aligned} \quad (5.22)$$

得られるスピン流は、交流磁場強度、温度勾配、交流磁場強度と温度勾配に比例する項の3つに分かれる。

$$I_S^{\text{total}} = I_S^{\text{SP}}(T) + I_S^{\text{SSE}}(T) + \delta I_S, \quad (5.23)$$

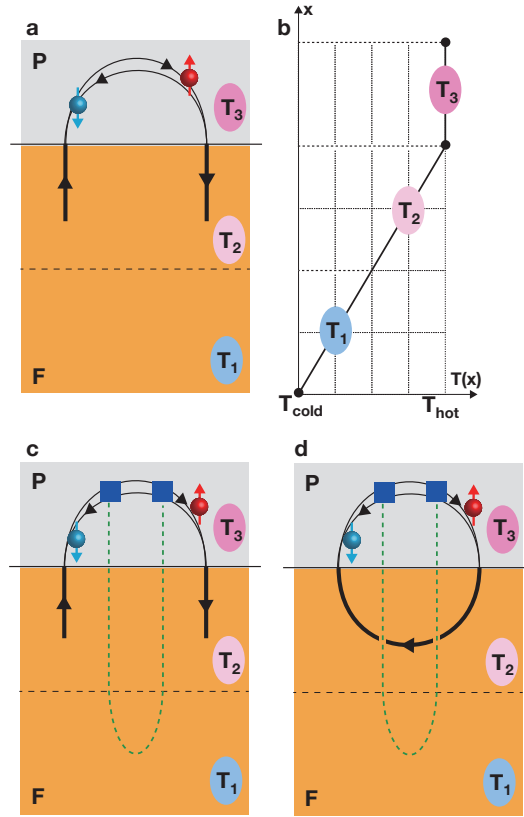


図 5.3 (a) 第三章で示した, スピンポンピングにより Gilbert 緩和項を増大させる過程を Feynman diagram で表した図. ここでは温度勾配を 0 としている. 太線と反対向きの矢印からなる二重線は, それぞれ磁性絶縁体のマグノンと金属のスピン揺らぎの Green 関数を表している. (b) 系の温度分布を表した図. 金属が温度 T_{hot} にある熱浴に, 磁性絶縁体が温度 T_{cold} の熱浴に接している. このモデルでは, 連続な温度分布を, 3 つの離散的な, 局所的に定義された温度で置き換えている. (c) Gilbert 緩和項を熱的に変調するフォノンドラッグ過程を表した図. 破線はフォノンの Green 関数を表す. (d) 文献 [93] で議論されている, 縦型スピントラック効果の Feynman ダイアグラムを表した図.

ここで, $I_S^{\text{SP}}(T)$ と $I_S^{\text{SSE}}(T)$ はそれぞれフォノンの効果を繰り込んだスピンポンピング (図.5.3 の a) とスピントラック効果 (図.5.3 の d) による生成スピン流を表している.

5.2.1 スピンポンピングによる生成スピン流

第 3 章で示したように, 交流磁場によって生成されるスピン流は

$$I_S^{\text{SP}}(T) = -\frac{J_{\text{sd}}^2 N_{\text{int}} (\gamma h_{\text{rf}})^2}{N_N \hbar^2} \sum_{\mathbf{k}} \text{Im} \chi_{\mathbf{k}}^R(\Omega) |g_0^R(\Omega)|^2 \quad (5.24)$$

と表される. ただし, 各パラメタはフォノンとの相互作用を繰り込んだ値をとる.

5.2.2 スピンゼーベック効果による生成スピン流

特にスピンゼーベック効果による生成スピン流は、文献 [93] で評価されており、

$$I_S^{\text{SSE}}(T) = \frac{J_{\text{sd}}^2 S_0 N_{\text{int}}^{(2,3)}}{\hbar^4 N_F N_P^2} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}, \mathbf{K}_3} \Upsilon_{\mathbf{K}_3}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\nu}{2\pi} F_{\mathbf{k}, \mathbf{q}}(\nu) \text{Im} \delta D_{\mathbf{K}_3}^K(\nu), \quad (5.25)$$

と表される。ここで $\delta D_{\mathbf{K}_3}^K(\nu)$ は式 (5.22) で定義されており、 $F_{\mathbf{k}, \mathbf{q}}(\nu)$ は

$$F_{\mathbf{k}, \mathbf{q}}(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} |\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega)|^2 \text{Im} \chi_{\mathbf{k}_-}^R(\omega - \nu) \text{Im} G_{\mathbf{q}}(\omega) \left[\coth\left(\frac{\hbar(\omega - \nu)}{2k_B T}\right) - \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) \right] \quad (5.26)$$

と表される。ここで $\mathbf{k}_- = \mathbf{k} - \mathbf{q}$ と定義した。双曲線関数の関係式 $\coth(A - B) - \coth(A) = \sinh(B)/[\sinh(A) \sinh(A - B)]$ を用いた後、 $\text{Im} G_{\mathbf{q}}(\omega) = -\pi \delta(\omega - \omega_{\mathbf{q}})$ を代入して ω について積分すると、 $F_{\mathbf{k}, \mathbf{q}}(\nu)$ は以下のように求められる：

$$F_{\mathbf{k}, \mathbf{q}}(\nu) = -\frac{2\pi k_B T \nu \tau_{\text{sf}}}{\hbar} \frac{\left(\frac{\hbar(\omega_{\mathbf{q}} - \nu)}{2k_B T}\right)}{\sinh\left(\frac{\hbar(\omega_{\mathbf{q}} - \nu)}{2k_B T}\right)} \frac{\sinh\left(\frac{\hbar\nu}{2k_B T}\right)}{\sinh\left(\frac{\hbar\omega_{\mathbf{q}}}{2k_B T}\right)} |\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega)|^2 \frac{d}{d\omega} \left[\frac{\text{Im} \chi_{\mathbf{k}}^R(\omega)}{\omega} \right]_{\omega=\omega_{\mathbf{q}}-\nu}. \quad (5.27)$$

ここで ω についての微分は、 ν 積分での対称性から、 ν について偶関数な項のみが I_S^{SSE} に有限の寄与を与えるという事実から得られる。式 (5.27) を式 (5.25) に代入し、フォノンの極を留数定理で計算しながら ν 積分を実行すると、式 (5.28) を得る。ただしここで、 $\frac{\hbar(\omega_{\mathbf{q}} - \nu_{\mathbf{K}})}{2k_B T} \ll 1$ の領域からの寄与が支配的となることから、 $\left(\frac{\hbar(\omega_{\mathbf{q}} - \nu_{\mathbf{K}})}{2k_B T}\right) / \sinh\left(\frac{\hbar(\omega_{\mathbf{q}} - \nu_{\mathbf{K}})}{2k_B T}\right) \approx 1$ と近似した。

まとめると、

$$I_S^{\text{SSE}} = \delta \alpha N_F 4\pi^2 L \tau_{\text{ph}} \tilde{\Gamma}_{\text{eff}}^2 \frac{\chi_P^2 \tau_{\text{sf}}^2}{\hbar^5} \frac{\rho_{\text{mag}}(\omega_D)}{\sqrt{\hbar \omega_D}} \frac{(\rho_{\text{ph}}^F(\nu_F))^2 (k_B T)^{19/2}}{(\hbar \nu_F)^4} \left(\frac{\Delta T}{T}\right) c_{3/2} c_6, \quad (5.28)$$

ここで $\rho_{\text{mag}}(\omega)$ はマグノンの状態密度を、 $\omega_D = 2\pi^2 J_{\text{ex}} S_0 / \hbar (J_{\text{ex}}$ は強磁性絶縁体の交換相互作用のエネルギー) は波数空間の端におけるマグノンのエネルギーを、また $c_{3/2}$ と c_6 それぞれ

$$c_{3/2} = \int_0^{\hbar \omega_D / k_B T} dx \frac{x^{3/2}}{\sinh(x/2)}, \quad (5.29)$$

$$c_6 = \int_0^{\hbar \nu_F / k_B T} dx \frac{x^6}{4 \sinh(x/2)}. \quad (5.30)$$

と定義される量を、それぞれ表している。

ここで表したスピンゼーベック効果による生成スピン流は、フォノン・ドラッグ [94] によって金属のスピンゆらぎが変調を受ける過程を記述している [93]。

5.2.3 温度勾配と交流磁場強度の積に比例する生成スピン流の式

δI_S は、第2章でのスピンプンピングの式の中で、金属の帯磁率 $\chi_{\mathbf{q}}(\omega)$ を、フォノンとの相互作用を2次まで取り込んだ帯磁率 $\delta \chi_{\mathbf{k}}(\omega)$ 式 (5.21) で置き換えることで得られる。

$$\delta I_S = -\frac{J_{\text{sd}}^2 N_{\text{int}} (\gamma h_{\text{rf}})^2}{N_N \hbar^2} \sum_{\mathbf{k}} \text{Im} \delta \chi_{\mathbf{k}}^R(\Omega) |g_0^R(\Omega)|^2 \quad (5.31)$$

$\text{Im}\delta\chi_{\mathbf{k}}^R(\Omega)$ を, τ_{ph} に比例する支配的な項まで取り込むよう ν 積分して計算すると, 以下の式を得る:

$$\begin{aligned} \text{Im}\delta\chi_{\mathbf{k}}^R(\Omega) &= \frac{1}{N_F N_P^2} L \tau_{\text{ph}} i \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2, \mathbf{K}_3} \Upsilon_{\mathbf{K}_3}^2 [\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega)]^2 \\ &\quad \times [\chi_{\mathbf{k}_-}^R(\omega_-) + \chi_{\mathbf{k}_+}^R(\omega_+)] \text{Im} D_{\mathbf{K}_3}^R(\nu_{\mathbf{K}_2}) \\ &\quad \times \left[\coth\left(\frac{\hbar\nu_{\mathbf{K}_2}}{2k_B T_3}\right) - \coth\left(\frac{\hbar\nu_{\mathbf{K}_2}}{2k_B T_1}\right) \right], \end{aligned} \quad (5.32)$$

ここで $\mathbf{k}_{\pm} = \mathbf{k} \pm \mathbf{K}_1$ と $\omega_{\pm} = \omega \pm \nu_{\mathbf{K}_2}$ とおく. また, d_1 と d_2 の界面における格子の数を $N_{\text{int}}^{(1,2)}$, d_2 と d_3 の界面における格子の数を $N_{\text{int}}^{(2,3)}$ とし, $L = (\Omega^{(1,2)} \Omega^{(2,3)})^2 N_{\text{int}}^{(1,2)} N_{\text{int}}^{(2,3)}$ とおいた. また, $\text{Im} D_{\mathbf{K}}^R(-\nu) = -\text{Im} D_{\mathbf{K}}^R(\nu)$ という関係式を用いた.

波数和を計算し, 以下の式を得る:

$$\text{Im}\delta\chi_{\mathbf{k}}^R(\Omega) = \frac{6\pi}{\hbar} \delta\alpha \chi_P^2 \tilde{\Gamma}_{\text{eff}}^2 L \tau_{\text{ph}} \frac{(\rho_{\text{ph}}^F(\nu_F))^2 (k_B T)^5}{(\hbar\nu_F)^4} \left(\frac{\Delta T}{T}\right) c_5. \quad (5.33)$$

ここで ν_F は強磁性絶縁体 F の Debye 振動数を表し, c_5 は

$$c_5 = \int_0^{\hbar\nu_F/k_B T} dx \frac{x^5}{4 \sinh^2(x/2)}, \quad (5.34)$$

と表される数値ファクターとした.

こうして得られた「温度勾配と交流磁場強度の積に比例する生成スピン流」は, 温度勾配を感じるフォノンの自由度を繰り込んだスピンプンピングによる生成スピン流と解釈することができる. その物理的な意味を解釈するために, 次の節で, この繰り込まれたスピンプンピングによる磁気 Gilbert 緩和項変調を求め, その変化を議論する.

5.3 マグノンの Gilbert 緩和項変調

5.3.1 温度差に比例する Gilbert 緩和項の導出

ここでは, 熱流を運ぶフォノンが存在する時, 強磁性絶縁体の Gilbert 緩和項 α が

$$\alpha = \alpha^{(0)} + \delta\alpha + \delta\alpha' \Delta T, \quad (5.35)$$

と表されることを示す. ここで, 右辺第一項と第二項は, 第2章で議論したように, それぞれ内因的な Gilbert 緩和項とスピンプンピングによる Gilbert 緩和項を表している. 右辺第三項が, 熱流によって得られる Gilbert 緩和項を表している. 以下に示すように, $\delta\alpha' \Delta T$ はフォノンが運ぶ熱流 Q_{ph} に比例するので, $\delta\alpha' \Delta T$ を求めるためには非平衡なフォノンのダイナミクスの存在を想定する必要がある.

ここで, 低温で $\delta\alpha' \Delta T$ に主要な寄与を与える過程は, 図 3.2(c) で示されている. この過程では, 音響モードのフォノンが熱流 Q_{ph} を運び, 金属中のスピン揺らぎをドラッグする. 一方, 第3章で示したように, 磁気 Gilbert 緩和項はマグノンの自己エネルギーの虚部から得られるため, $\delta\alpha' \Delta T$ も対応する自己エネルギー $\Sigma_0^R(\omega_0)$ を用いて $\delta\alpha' \Delta T = -(1/\omega_0) \text{Im} \Sigma_0^R(\omega_0)$ と表すことができる. ここで, $\Sigma_0^R(\omega_0)$ は

$$\Sigma_0^R(\omega) = \frac{J_{\text{sd}}^2 S_0 N_{\text{int}}^{(2,3)}}{\sqrt{2} N_F N_P^2} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{K}_3} \Upsilon_{\mathbf{K}_3}^2 [\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega)]^2 i \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\nu}{2\pi} \chi_{\mathbf{k}-\mathbf{K}_3}(\omega - \nu) \delta D_{\mathbf{K}_3}^K(\nu) \quad (5.36)$$

と表され、図3.2(c)に示されている。この自己エネルギーの虚部は、第3章で議論したように「スピンポンピングのスピンミキシングコンダクタンス g_s 」に比例している。このときのスピンポンピングとは、前節で計算した、温度勾配と交流磁場強度の積に比例するスピン流生成現象を指している。そこで、前節同様に、 τ_{ph} に比例する主要な寄与のみに着目して ν 積分を実行すると、

$$\begin{aligned} \Sigma_0'^R(\omega) = & \frac{J_{\text{sd}}^2 S_0 N_{\text{int}}^{(2,3)}}{N_F^3 N_P^2} L \tau_{\text{ph}} i \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2, \mathbf{K}_3} \Upsilon_{\mathbf{K}_3}^2 [\chi_{\mathbf{k}}^R(\omega)]^2 \\ & \times [\chi_{\mathbf{k}_-}^R(\omega_-) + \chi_{\mathbf{k}_+}^R(\omega_+)] \text{Im} D_{\mathbf{K}_3}^R(\nu_{\mathbf{K}_2}) \\ & \times \left[\coth\left(\frac{\hbar \nu_{\mathbf{K}_2}}{2k_B T_3}\right) - \coth\left(\frac{\hbar \nu_{\mathbf{K}_2}}{2k_B T_1}\right) \right], \end{aligned} \quad (5.37)$$

を得る。ここで $\mathbf{k}_{\pm} = \mathbf{k} \pm \mathbf{K}_1$ かつ $\omega_{\pm} = \omega \pm \nu_{\mathbf{K}_2}$ とし、また $\text{Im} D_{\mathbf{K}}^R(-\nu) = -\text{Im} D_{\mathbf{K}}^R(\nu)$ という関係式を用いた。そして、

$$\delta\alpha' \Delta T = \frac{6\pi}{\hbar} \delta\alpha \chi_P^2 \tilde{\Gamma}_{\text{eff}}^2 L \tau_{\text{ph}} \frac{(\rho_{\text{ph}}^F(\nu_F))^2 (k_B T)^5}{(\hbar \nu_F)^4} \left(\frac{\Delta T}{T}\right) c_5, \quad (5.38)$$

を得る。ここで、

$$c_5 = \int_0^{\hbar \nu_F / k_B T} dx \frac{x^5}{4 \sinh^2(x/2)}, \quad (5.39)$$

と表される。

ここで (5.38) が温度差 ΔT ではなく温度勾配 ∇T に比例することを示す。 $\delta\alpha$ が N_F^{-1} に、 L が $N_{\text{int}}^{(2,3)}$ に比例し、かつ、それぞれ $N_F = l_x l_y l_z / a^3$ と $N_{\text{int}}^{(2,3)} = l_y l_z / a^2$ であることに注意する。ここで $l_{x,y,z}$ は強磁性絶縁体の x, y, z 方向の長さを表しており、 x 方向は温度勾配と平行にとっている。 a は強磁性絶縁体の格子定数を表す。以上より、 $N_{\text{int}}^{(2,3)} / N_F = (l_y l_z / a^2)(a^3 / l_x l_y l_z) = a / l_x$ となるので式 (5.38) は a / l_x に比例する。温度差 ΔT と l_x から $\nabla T \equiv \Delta T / l_x$ と定義すると、式 (5.38) は $a(\nabla T)$ に比例する。よって、Gilbert 緩和項変調は温度勾配に比例し、強磁性絶縁体の分割の仕方によらないことが示された。

5.3.2 強磁性絶縁体/金属界面を流れる熱流の計算

ここでは、式 (5.38) の右辺が、フォノンによって運ばれる、強磁性絶縁体/金属界面を流れる熱流 Q_{ph} を用いて表されることを示す。図3.2中の局所温度の異なる領域を表すために、便宜上、 d_i ($i = 1, 2, 3$) という記号を導入する。ここで、 d_i は局所温度 T_i にある領域を指している。

まず、金属 P へ流れる、フォノンが運ぶ熱流 Q_{ph} の表式を導く。金属への Q_{ph} は、文献 [95] と同様の方法で定義する。文献 [95] では、2つの金属がバリア (絶縁体) を挟んでいる系で、片方の金属 A へ流れる熱流を、金属 A のエネルギーの時間微分として定義している。これにならって、金属/強磁性絶縁体界面を通して金属へ流れる熱流を $Q_{\text{ph}} = \langle \frac{\partial}{\partial t} H_{\text{ph}}^{(3)} \rangle$ と定義する。ここで、 $\langle \cdots \rangle$ は統計平均を、 $H_{\text{ph}}^{(3)} = \hbar \sum_{\mathbf{K}_3} \nu_{\mathbf{K}_3} b_{\mathbf{K}_3}^\dagger b_{\mathbf{K}_3}$ は領域 d_3 でのフォノンが満たすハミルトニアンを、そして $b_{\mathbf{K}_3}$ はこの領域で定義されるフォノンの生成消滅演算子をそれぞれ表す。界面を通して流れる熱流を計算するため、界面におけるフォノンの相互作用を、以下のように定義する：

$$H_{\text{ph}}^{(i,j)} = \hbar \sum_{\mathbf{K}_i, \mathbf{K}_j} \Omega^{(i,j)}(\mathbf{K}_i - \mathbf{K}_j) B_{\mathbf{K}_i}^\dagger B_{\mathbf{K}_j} + \text{H.c.} \quad (5.40)$$

ここで, $B_{\mathbf{K}_i} = b_{\mathbf{K}_i} + b_{-\mathbf{K}_i}^\dagger$ と定義した. また $\Omega^{(i,j)}(\mathbf{K})$ は $\Omega^{(i,j)} \sum_{\mathbf{r}_0 \in \text{interface}} v_0 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$ の Fourier 変換で, $\hbar\Omega^{(i,j)}$ は d_i/d_j 界面を通して流れるフォノンの特徴的なエネルギーを表す.

$H_{\text{ph}}^{(3)}$ に対する Heisenberg の運動方程式を用いて, 界面相互作用に対する摂動計算を行うと, 熱流として

$$Q_{\text{ph}} = \frac{\hbar L}{N_P N_F^2} \sum_{\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2, \mathbf{K}_3} \nu_{\mathbf{K}_3} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\nu}{2\pi} \text{Im} D_{\mathbf{K}_1}(\nu) |D_{\mathbf{K}_2}(\nu)|^2 \times |\text{Im} D_{\mathbf{K}_3}(\nu)| \left[\coth\left(\frac{\hbar\nu}{2k_B T_3}\right) - \coth\left(\frac{\hbar\nu}{2k_B T_1}\right) \right], \quad (5.41)$$

を得る.

ここで, フォノンの寿命 τ_{ph} に比例する主要な寄与に着目して ν 積分を実行すると,

$$Q_{\text{ph}} = \hbar L \tau_{\text{ph}} \sum_{\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2, \mathbf{K}_3} \nu_{\mathbf{K}_2} \text{Im} D_{\mathbf{K}_1}(\nu_{\mathbf{K}_2}) \text{Im} D_{\mathbf{K}_3}(\nu_{\mathbf{K}_2}) \times \frac{\left(\frac{\hbar\nu_{\mathbf{K}_2}}{2k_B T}\right)}{4 \sinh^2\left(\frac{\hbar\nu_{\mathbf{K}_2}}{2k_B T}\right)} \left(\frac{\Delta T}{T}\right), \quad (5.42)$$

を得る. ここで, 温度差 ΔT に対して線形近似を行った.

熱流 Q_{ph} は,

$$Q_{\text{ph}} = -K_{\text{ph}} \Delta T, \quad (5.43)$$

$$K_{\text{ph}} = \frac{\pi^3}{2\hbar} L \tau_{\text{ph}} \frac{\rho_{\text{ph}}^P(\nu_P) (\rho_{\text{ph}}^F(\nu_P))^2 (k_B T)^8}{(\hbar\nu_P)^6 T} c_8, \quad (5.44)$$

と導くことができる. ここで ν_P は金属 P の Debye 振動数を, $\rho_{\text{ph}}^P(\nu)$ ($\rho_{\text{ph}}^F(\nu)$) は $P(F)$ のフォノンの状態密度を, そして c_8 は

$$c_8 = \int_0^{\hbar\nu_P/k_B T} dx \frac{x^8}{4 \sinh^2(x/2)}. \quad (5.45)$$

をそれぞれ表す.

こうして, 金属/強磁性絶縁体において, フォノンによって金属へ流れる熱流の式を導くことができた.

5.3.3 熱流の Gilbert 緩和項変調の関係

前節で求めた Gilbert 緩和項変調の式 (5.38) と熱流の式 (5.43) と (5.44) を比較して, Gilbert 緩和項変調をフォノンの熱流 Q_{ph} で表す. 式 (5.38) と式 (5.43) 及び (5.44) を比較して, Gilbert 緩和項変調を以下のように表す:

$$\delta\alpha' \Delta T = \frac{12}{\pi^2} \chi_P^2 \tilde{\Gamma}_{\text{eff}}^2 B \delta\alpha Q_{\text{ph}}. \quad (5.46)$$

ここで, $\tilde{\Gamma}_{\text{eff}}^2 = (g_{\text{s-p}}^2 / \hbar M_{\text{ion}} v_{\text{ph}}^2) N_{\text{N}}^{-1} \sum_{\mathbf{K}} \nu_{\mathbf{K}} / (\nu_{\mathbf{K}}^2 + 1/\tau_{\text{ph}}^2)$ はフォノンとスピン揺らぎの有効相互作用を表しており, 無次元な係数 B は,

$$B = \frac{(\hbar\nu_P)^6 (\rho_{\text{ph}}^F(\nu_P))^2}{(\hbar\nu_F)^4 \rho_{\text{ph}}^P(\nu_P) (\rho_{\text{ph}}^F(\nu_P))^2} \frac{c_5/c_8}{(k_B T)^3} \quad (5.47)$$

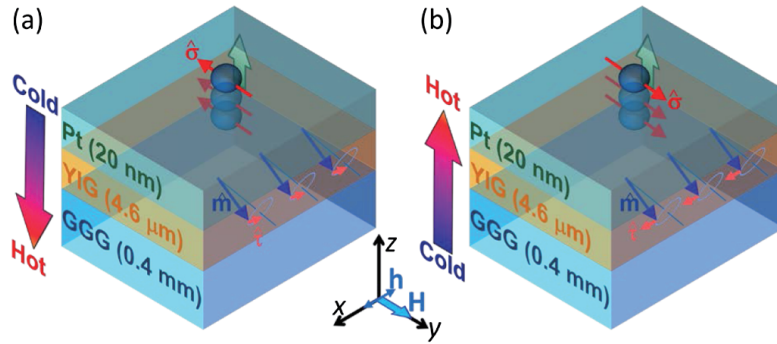


図 5.4 $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}/\text{Pt}$ の接合系に温度勾配を印加し、強磁性共鳴の線幅を測定した実験のセットアップの図 (文献 [43] より引用). 図 a と図 b は温度勾配の向きが異なる.

と表される.

式 (5.46) で表される熱流 $Q_{\text{ph}} = -K_{\text{ph}}\Delta T$ の中で, $K_{\text{ph}} (> 0)$ は式 (5.44) で書かれる熱伝導度を表す. なお, ΔT に対する線形応答及び強磁性絶縁体の S_0 のべき展開の範囲で, 本節で議論したフォノンドラッグが, 低温で $\delta\alpha'$ に主に寄与する過程となる. このことは, $\text{LaY}_2\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ 中のスピンゼーベック効果の信号のピークが, 熱伝導度のフォノンドラッグによるピークに由来すると文献 [39] で説明された際にも使用されている.

5.4 理論と実験の比較

前節までで, 金属と磁性絶縁体の接合系に温度勾配と交流磁場を同時に印加した際の生成スピン流とマグノンの Gilbert 緩和項変調の式を導き, 特に, フォノンが運ぶ熱流による Gilbert 緩和項変調 (5.46) が, 金属側を暖めると負の寄与を与えることを明らかにした. 本節では, こうして求められた理論結果と, 文献 [43] で報告されている実験結果を定性的及び定量的に評価し, (5.46) が文献 [43] において支配的となっていることを示す.

5.4.1 温度勾配下での強磁性絶縁体/金属二層構造の線幅の変化の実験

近年, 強磁性体と金属の二層構造に温度勾配と交流磁場を同時に印加した際の強磁性共鳴の測定やスピン流の測定が報告されており, 主に, 線幅や生成スピン流が, 温度勾配の向きによって増減することが報告されている [43, 96, 97, 98]. ここでは, 本章の計算モデルと対応のつけやすい, 文献 [43] に着目する.

文献 [43] で報告された実験を紹介する. まず, 実験のセットアップの図を図 (5.4) に示した. ここで, フェリ磁性絶縁体の $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ と金属の Pt による二層構造がガドリニウムガリウムガーネット $\text{Gd}_3\text{Ga}_5\text{O}_{12}$ という基盤の上に製膜されている. ここで, Pt, $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$, $\text{Gd}_3\text{Ga}_5\text{O}_{12}$ の膜厚はそれぞれ 20nm, 4.6 μm , 0.4mm としている. 外部磁場 H_0 を図 (5.4) の y 方向に, 交流磁場を図 (5.4) の x 方向に印加し, 温度勾配は z 方向, つまり接合界面に垂直方向に印加されている. ここで, 温度勾配は Pt の上面と $\text{Gd}_3\text{Ga}_5\text{O}_{12}$ の下面にそれぞれ熱電対を接着することで制御されており, それぞれ温度 T_1 , 温度 T_2 として記録されている.

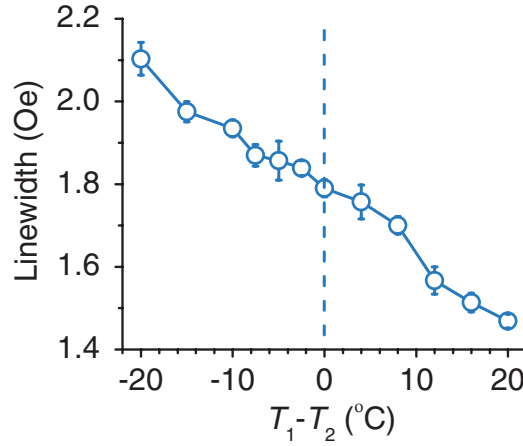


図 5.5 $\text{Gd}_3\text{Ga}_5\text{O}_{12}/\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}/\text{Pt}$ 強磁性共鳴の線幅を, $\text{Gd}_3\text{Ga}_5\text{O}_{12}$ 下面の温度 T_2 と Pt の上面の温度 T_1 の差 $T_1 - T_2$ の関数として測定した図 (文献 [43] より引用). 横軸が $T_1 - T_2$ を, 縦軸が線幅を表す. ここで $T_1 - T_2 > 0$, つまり白金の上面の方が $\text{Gd}_3\text{Ga}_5\text{O}_{12}$ の下面より高温の時, 線幅が減少していることが読み取れる.

図 (5.4) の系で測定した強磁性共鳴の線幅を, 温度差 $T_1 - T_2$ の関数でプロットした結果を図 (5.5) に示す [43]. ここで特に, Pt の方が $\text{Gd}_3\text{Ga}_5\text{O}_{12}$ よりも高温にあるとき, 強磁性共鳴の線幅が減少していることが読み取れる. 温度差 $\Delta T = T_1 - T_2$ によって現れた線幅の変化分を $\delta(\Delta H_{\Delta T}) = (d\Delta H/d\Delta T)\Delta T$, 温度差が 0 の時の線幅を ΔH すると $\Delta T = \pm 20\text{K}$ で $\pm 17.8\%$ と見積もられている [43].

5.4.2 理論と実験の比較

Gilbert 緩和項変調 (5.46) は金属側を暖めると負の寄与を与えるが, これは文献 [43] で報告されている実験結果と定性的に一致する. 定量的な評価を行うために式 (5.48) を用いた. 文献 [35] より, 室温 T_R かつ温度差を $\Delta T = 20\text{K}$ にとった時, $I_s^{\text{SSE}}/\omega_0 \approx 2.0 \times 10^4$ と見積もられるので, $\delta\alpha'\Delta T/[\alpha^{(0)} + \delta\alpha] \approx 30\%$ と見積もった. ここで, 文献 [43] にならい $\alpha^{(0)} \ll \delta\alpha$ としている. この結果は, 文献 [43] で報告されている 17% の変化に匹敵している.

物質パラメタの温度依存性から得られる Gilbert 緩和項変調と実験の比較

一方で, スピンの大きさ S_0 を熱平均による値 $S_0(T_F)$ に置き換えたり, 金属の Pauli 帯磁率 χ_P が温度変化することと, 金属と強磁性絶縁体に温度差が存在することから, フォノンによる熱流を含まない Gilbert 緩和項 $\delta\alpha$ を, こうした物質パラメタを温度差で展開した場合の寄与が考えられる. ここで, 温度依存性の強い物質パラメタとして, 強磁性絶縁体 ($\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$) の自発磁化 $M_s(T_F)$ [99] (M_s は S_0 に比例) と, 金属 (Pt) の $\chi_P(T_P)$ [100] に着目する. 重心の温度 $T_R = \frac{1}{2}(T_F + T_P)$ を定義して, T_F と T_P を $T_F = T_R + \frac{1}{2}\Delta T$ と $T_P = T_R - \frac{1}{2}\Delta T$ として書き直す. すると, $\delta\alpha(T_R + \Delta T) = C \times M_s(T_R + \frac{1}{2}\Delta T) \times \chi_P(T_R - \frac{1}{2}\Delta T)$ と表わされるので, $[\delta\alpha(T_R + \Delta T) - \delta\alpha(T_R)]/[\alpha^{(0)} + \delta\alpha(T_R)] \approx \frac{1}{2} \frac{d}{dT} [\ln \chi_P(T) - \ln M_s(T)]_{T=T_R} \Delta T$ を得る. ただしここで, $\alpha^{(0)} \ll \delta\alpha(T_R)$ とした. 文献 [99] と [100] より, 室温かつ $\Delta T = 20\text{K}$ の温度差がある (Pt が高温) 場合, これは 2% 程度の減少と見積もられ, 文献 [43] で報告された値よりも十分小さい. この結果は, (5.46) が確かに文献 [43] を再現しうることを

意味している。

以上の議論より、温度勾配によるマグノンの Gilbert 緩和項変調は「金属のスピン帯磁率へのフォノンによる補正項」による変調が主要であることが、理論と実験を比較して明らかにされる。

5.5 温度勾配で誘起されるマグノンの不安定性とマイクロ波発振

これまでの議論で、温度勾配によるマグノンの Gilbert 緩和項変調は「金属のスピン帯磁率へのフォノンによる補正項」による変調 $\delta\alpha_{\nabla T}$ が主要であり、これは金属の方を高温にすると、全体の Gilbert 緩和項を減らす負の寄与を与えることが示された。また、 $\delta\alpha_{\nabla T}$ は磁性絶縁体のフォノンの緩和時間 τ_{F2} に比例することも明らかとなった。フォノンの緩和時間は一般に温度に依存しており、特に低温領域では、フォノンフォノン散乱が抑制されるため緩和時間が増大する。実際、 $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ という磁性絶縁体では、低温でフォノンの熱伝導度がフォノンドラッグに由来するピークを持つこと [101] が確認されている。

この節では、フォノンドラッグによって τ_{F2} が十分増大した際に、 $\delta\alpha_{\nabla T}$ によって全 Gilbert 緩和項 $\alpha = \alpha_0 + \alpha_{\text{SP}} + \delta\alpha_{\nabla T}$ が 0 となる、マグノンの不安定性が誘起される条件を導く。その後、この条件の解釈と、この条件が金属を白金に、磁性絶縁体を $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ にした際に実現可能であることを示し、理論から予測される α の温度依存性を示す。そして、Gilbert 緩和項が 0 以下となる領域において発現する現象として、マイクロ波発振を理論的に予言する。

5.5.1 マグノンの不安定性のスピン流に基づく解釈

定量的な評価に移る前に、マグノンの Gilbert 緩和項が温度勾配によって減少し、やがて不安定性を誘起する機構を、スピンプンピングの観点から説明する (図 5.2 参照)。

まず、金属中のスピン揺らぎがボソン型の素励起としてみなせることと、多体問題の文脈で動的なパラマグノンと呼ばれること [102]、そして第 3 章の Gilbert 緩和項の式 (3.25) とスピン流の式 (3.72) の $\sum_{\mathbf{k}} \text{Im}\chi_{\mathbf{k}}(\omega)$ という量が、パラマグノンの状態密度とみなせることに注意する [103]。系に温度差が存在しない時、 $-\hbar$ だけのスピン角運動量を運ぶマグノンは、パラマグノンの励起という形で、負のスピン角運動量を金属 P に注入する。ここで、マグノンはスピン角運動量を失っている [図 5.2(a)] ので、この時常に Gilbert 緩和項の増大現象が起こる。一方で、 P が熱せられて系に温度差が与えられると、非平衡なフォノンによるドラッグ効果によって、励起されたパラマグノンは低温側の強磁性絶縁体 F へ拡散しようとする。これが、温度差がない時のスピンプンピングとは逆向きのスピンのバックフローを与えることになる [図 5.2(b)]。金属側が高温で $Q_{\text{ph}} = -K_{\text{ph}}(T_{\text{hot}} - T_{\text{cold}}) < 0$ となっている時、式 (5.46) から、このスピンのバックフローは全体の Gilbert 緩和項に対して負の寄与を与える。この描像に基づくと、内因的な Gilbert 緩和項 $\alpha^{(0)}$ が無視できる極限で、スピンプンピングによるスピン流の符号が変わる時に、マグノンの不安定化が発生すると期待される。

5.5.2 温度勾配を印加した際の Gilbert 緩和項の温度依存性

以上の考察を元に、温度勾配を印加した際の Gilbert 緩和項 α の温度依存性を計算する。

まず最初に、考察する強磁性絶縁体/金属の二層構造を、温度勾配による Gilbert 緩和項の変調が観測されている $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}/\text{Pt}$ [43, 96, 97, 98] に限定する。次に、この系において、縦型スピンゼーバック効

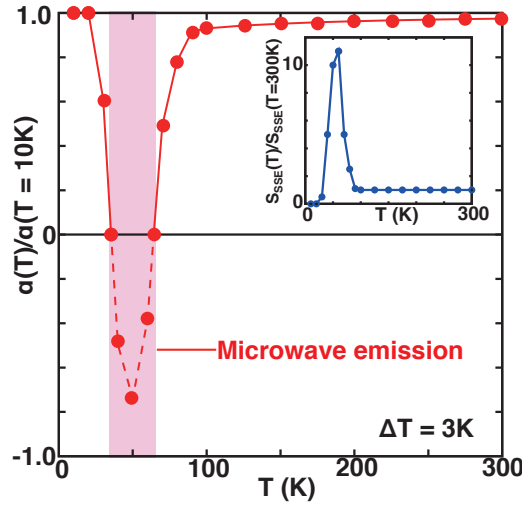


図 5.6 二層構造 $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}/\text{Pt}$ で、温度差 $\Delta T = 3 \text{ K}$ で計算した、Gilbert 緩和項 $\alpha = \alpha^{(0)} + \delta\alpha + \delta\alpha'\Delta T$ の温度依存性を表した図 (文献 [90] より転載). ここで熱に由来しない $\alpha^{(0)}$ と $\delta\alpha$ は、文献 [43] から計算している. 挿入図: 文献 [35] のデータから求めたスピナーベック効果による信号 S_{SSE} の温度依存性. S_{SSE} は、式 (5.48) を通して、 $\delta\alpha'\Delta T$ を計算するために用いる.

果が、フォノンドラッグ過程から説明されるという実験及び理論的事実 [35, 93] を用いる (図 3.2(d) 参照). 縦型スピナーベック効果の信号から、実験的に明らかにされていないパラメータである $\chi_P^2 \tilde{\Gamma}_{\text{eff}}^2$ を式 (5.46) から除外することができる.

Gilbert 緩和項の変調の式 (5.38) とスピナーベック効果によるスピンの式 (5.28), を比較して、

$$\delta\alpha'(T)\Delta T = (1/\omega_0)C(T)I_{\text{S}}^{\text{SSE}}(T), \quad (5.48)$$

を得る. ここで無次元量である $C(T)$ は

$$C(T) = \frac{3}{\pi} \frac{\omega_0/\omega_{\text{D}}^2}{\rho_{\text{mag}}(\omega_{\text{D}})(\omega_{\text{D}}\tau_{\text{sf}})^2} \left(\frac{\hbar\omega_{\text{D}}}{k_{\text{B}}T} \right)^{9/2} \frac{c_5}{c_{3/2}c_6}. \quad (5.49)$$

と得られる.

式 (5.48) から以下の関係式が導かれる:

$$\delta\alpha'(T)\Delta T = \delta\alpha'(T_{\text{R}})\Delta T \left(\frac{C(T)}{C(T_{\text{R}})} \right) \left(\frac{I_{\text{S}}^{\text{SSE}}(T)}{I_{\text{S}}^{\text{SSE}}(T_{\text{R}})} \right), \quad (5.50)$$

ここで T_{R} は室温とした. ここで、 $I_{\text{S}}^{\text{SSE}}(T)/I_{\text{S}}^{\text{SSE}}(T_{\text{R}})$ の温度依存性は文献 [35] から、 $\delta\alpha'(T_{\text{R}})\Delta T$ の値は文献 [43] から、 $C(T)/C(T_{\text{R}})$ は数値計算から、それぞれ求めることができるため、 $\delta\alpha'(T)\Delta T$ を見積もることができる.

図 5.6 は二層構造 $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}/\text{Pt}$ における、Gilbert 緩和項 α の温度依存性を計算した図を表す. ここで、温度差によらない $\alpha^{(0)}$ と $\delta\alpha$ は文献 [43] から評価し、文献 [43] の結果が室温付近の温度にほとんどよらないことから、温度依存性を無視した. 図 5.6 から分かるように、温度差 $\Delta T = 3 \text{ K}$ の元で、系の温度 $T = 50 \text{ K}$ 周辺で、Gilbert 緩和項が負の値をとることが示される. このことは、一様モードのマグノンの不安定性が誘起されていることを意味している.

5.6 本章のまとめ

以下に、本章で得られた主要な結果をまとめる。

1. 磁性絶縁体と金属の接合系に交流磁場と温度勾配を同時に印加した際に、金属に注入されるスピン流を、非平衡 Green 関数の手法を用いて計算し、
 - 交流磁場で発現するスピンポンピングによるスピン流、温度勾配で発現するスピンゼーベック効果によるスピン流に加えて、交流磁場の強度と温度勾配の積に比例したスピン流 (5.37) が得られること
 - スピン流 (5.37) は、交流磁場によって金属へ注入されたスピン流が、温度勾配に沿って拡散する様子として解釈できること
 の2点を明らかにした。また、
2. 温度勾配を印加した時の、金属を接合した磁性絶縁体におけるマグノンの Gilbert 緩和項変調を、非平衡 Green 関数が満たす Dyson 方程式から導出した。得られた式から、
 - 第三章で導いたスピンポンピングに由来する Gilbert 緩和項変調に加えて、温度勾配に比例した Gilbert 緩和項変調 (5.38) が得られること
 - Gilbert 緩和項変調 (5.38) は、交流磁場と温度勾配の積に比例するスピン流 (5.37) に由来すること
 の2点を明らかにした。
3. 導出した Gilbert 緩和項変調 (5.38) と、室温における実験結果 [43] を比較し、定性的及び定量的に再現できることを示した。ここで、観測された Gilbert 緩和項が減少する理由は、交流磁場によって金属に注入されたスピン揺らぎが、温度勾配によって磁性絶縁体へ向かって拡散するという理論的説明を与えた。
4. 金属の方を高温に保ったまま系全体の温度を下げていくと、磁性絶縁体のフォノンの寿命が増大することで、負の緩和項変調が増強されることを示した。このとき、
 - 磁性絶縁体と金属を接合しているため、単一のバルクではなくなり、Gilbert 緩和項が0へ近づきマグノンの不安定性が誘起されうること
 - Gilbert 緩和項が0以下となる条件が満たされるときに、この系においてマイクロ波発振が観測されること
 を示した。

温度勾配と交流磁場を同時に印加した際のスピンの生成に関する研究成果は、以下の論文に掲載された。

[90] Y. Ohnuma, H. Adachi, E. Saitoh, and S. Maekawa, “Magnon instability driven by heat current in magnetic bilayers”, *Physical Review B* **92**, 224404 (2015).

第 6 章

結論

本論文は、磁性絶縁体/金属界面において、交流磁場や温度勾配により生成されるスピンの流を、非平衡 Green 関数法を用いて理論的に解析した研究に関する報告である。

本研究で得られた主要な結果は以下の 3 点に集約される。

1. 強磁性絶縁体/金属の二層構造に交流磁場を照射した際のスピンの流生成現象 (スピンポンピング現象) の線形応答理論を、非平衡 Green 関数法に基づいて構築した。この時、強磁性体の低エネルギー励起はスピン波近似で表した。その結果、金属のモデルハミルトニアンの詳細によらず、生成スピンの流が金属の動的横帯磁率の虚部に比例すること、これは揺動散逸関係式の一つとして、従来の固体物理学における輸送現象と同様に解釈できることを導いた。このことから、金属の電子相関が強い場合も、ほぼ自由電子と見なせる場合もスピンポンピング現象を統一的に記述できる理論が構築された。これは、従来の理論研究で使用されていたスピンミキシングコンダクタンスが、金属のモデルハミルトニアンによらず金属の動的横帯磁率の虚部で表されることを意味している。さらに、その帰結として、金属として磁気転移温度近傍にある遍歴強磁性体を用いると、スピン相関関数の増大に由来するスピンの流の増幅が生じる事を理論的に予言した。また、強磁性絶縁体についてスピン波近似を用いている限り、一般に、生成スピンの流がマグノンの遅延 Green 関数の二乗に比例することが示されたことから、本研究によって、界面での交換相互作用を仮定し、強磁性絶縁体としてスピン波近似に限る場合「金属のモデルハミルトニアンによらず、生成スピンの流が、金属の動的横帯磁率と強磁性絶縁体の遅延 Green 関数の二乗の積に比例する」という最も一般的な生成スピンの流の式を導出することができた。加えて、スピンポンピング現象に付随する Gilbert 緩和項変調を、マグノンの自己エネルギーの虚部を求めることで解析した。その結果、生成スピンの流と Gilbert 緩和項変調が比例することが示された。
2. 反強磁性絶縁体及びフェリ磁性絶縁体/金属の二層構造に温度勾配を印加した際のスピンの流生成現象 (スピンゼーベック効果) の線形応答理論を、非平衡 Green 関数法に基づいて構築した。その結果、2 種類のマグノンのモードがそれぞれスピンの流生成に寄与すること、それぞれのモードが逆向きに偏極しているために、スピンの流の符号がそれぞれ反転することを明らかにした。また、このことから、理想的な反強磁性絶縁体/金属の二層構造では、外部磁場を 0 とするとスピンゼーベック効果が消失することを示した。一方で、フェリ磁性絶縁体の $\text{Gd}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ と Pt との系で観測された、温度の関数としてのスピンゼーベック効果における 2 度の符号反転について、1. 磁気補償効果によるスピンの流の符号反転、2. 逆向きのスピンの流を運ぶ $\text{Gd}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ 中の 2 つのマグノンのモードの競合、の 2 つがそれぞれの符号反転の起源であることを示し、実験結果の

理論的説明に成功した。

3. 強磁性絶縁体/金属の二層構造に，交流磁場と温度勾配を同時に照射及び印加した際のスピンの生成現象を，非平衡 Green 関数法に基づいて定式化した．その結果，得られる全スピン流には，交流磁場強度に比例するスピン流と温度勾配に比例するスピン流の他に，交流磁場強度と温度勾配の積に比例するスピン流が得られることを明らかにした．また，この 3 つ目のスピン流は，金属に注入されたスピン流がフォノンの運ぶ熱流によって引きずられる効果 (フォノン・ドラッグ効果) によって引き起こされることを示した．スピンプンピングとスピnzeーバック効果に次ぐ第三のスピン流に関して，このスピン流に伴って生じるマグノンの Gilbert 緩和項変調を解析した．その結果，交流磁場と温度勾配の積に比例するスピン流は「注入スピン流に比例した Gilbert 緩和の増減を引き起こす」というスピンプンピングの普遍的な関係を満たすことを示した．また，得られた Gilbert 緩和項変調が温度勾配に比例していることから，その符号を負とすることができることと，金属側を高温にしたまま系全体を冷却した場合フォノンドラッグの効果によりマグノンの Gilbert 緩和項が 0 となりうることを示し，温度勾配によりマグノンの不安定化が引き起こされることを予言した．

本論文により明らかになった，生成スピン流の物質パラメタやスピン揺らぎ等への依存性に関する知見は，スピン流物理の基礎原理解明に不可欠であると同時に，幅広いスピン流材料設計のための理論的指針になるものと期待される．

謝辞

本研究は東北大学金属材料研究所齊藤研究室の齊藤英治教授、及び日本原子力研究開発機構先端基礎研究センターの前川禎通センター長の御指導の下におこなわれました。終始温かい御指導と激励を賜りました事、素晴らしい研究環境をご用意して下さいました事に、心より感謝申し上げます。

日本原子力研究開発機構先端基礎研究センタースピンエネルギー変換材料科学研究グループの安立裕人副主任研究員には、非平衡 Green 関数法だけでなく、磁性体及び相転移の一般論や相関関数の評価方法など研究の背景となる物理的内容、実験データの読み取り方やモデルの構築方法などについて御指導頂きました。また、お忙しい中、会議の発表のスライドについてアドバイスを頂いたり、発表練習にお時間を割いて頂きました。さらに論文や申請書の執筆の際に、暖かい御指導を賜りました。こうした御指導に留まらず、雑談の中などで、安立さんが理論研究に対してお考えになってる「哲学」をご教授くださいました。特に、輸送現象など実験で測定できる物理量を計算することにこだわる姿勢、物理量を Green 関数や相関関数で表現することの重要性、そして式を導出するだけでなく物理的な意味を徹底的に考えぬくことの必要性に関するお話は、今後の研究生活の支柱にしていこうと思う所存です。至らぬ私をここまでご指導して頂き、心より厚く感謝申し上げます。

東北大学金属材料研究所齊藤研究室の内田健一准教授には、本論文で示した補償温度におけるスピンゼーバック効果によるスピン流と磁化の関係に実験の観点から興味を持って下さり、貴重なご意見を賜りました。また強磁性体におけるスピンゼーバック効果の豊富な実験結果などを提供して下さいました。観測できる量の計算に集中できたのは内田先生との議論の結果であると確信しております。他にもスピンゼーバック効果の研究の第一人者として、示唆に富んだ有意義な議論をして頂き、実験の観点から貴重なご指摘を賜りました。また、私が学部生の頃から今日まで、研究及び日常生活においてずっとお世話になりました。私のつまらない質問にも真摯にお答え下さいました。また海外での会議で一緒した時は、海外への渡航経験のない私の相談に快く乗って下さいました。そうした研究の面だけでなく、例えば仙台で会議等があると、ご飯に連れて行って下さいました。深く感謝申し上げます。

邱志勇助教には、 $\text{Gd}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ のスピンゼーバック効果の測定データや、反強磁性薄膜の Neel 温度とスピンポンピングについて、実験データを提供していただきました。邱さんの実験データは大変クオリティが高く、実験家としての高い志を学ぶことができました。また、実験データに関して何度も議論して頂きました。深く感謝申し上げます。

吉川貴史さんには、実際に補償温度でのスピンゼーバック効果の実験を行う立場から有益なご意見を頂きました。お互いにスピンゼーバック効果の実験と理論の内容について、基礎的な内容も含めて議論することができました。深く感謝を申し上げると共に、今後の吉川さんの更なるご活躍をお祈り申し上げます。

Johannes Gutenberg-University Mainz の Mathias Kläui 教授、Walther-Meissner-Institut の Se-

bastian Goennenwein 教授には、 $\text{Gd}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ のスピンゼーベック効果について実験データをそれぞれ提供して頂き、また実験データについて興味深い議論をして頂きました。深く感謝申し上げます。

日頃の研究生生活を通じて多くの知識や示唆を頂いた日本原子力研究開発機構先端基礎研究センタースピネンエネルギー変換材料科学研究グループの皆様にも心より感謝致します。

理論部門の松尾衛副主任研究員には、本博士論文の執筆及び本研究の各テーマについて、現象の本質、理論の構成、論文の構成や文章の表現について貴重なご意見を頂きました。松尾先生の「複雑な現象を整理しその本質を明らかにした後、その本質を分かりやすく簡潔に伝える」という姿勢は、私の今後の研究生生活の柱の1つにしていこうと思う所存です。さらに、国内会議や国際会議に際してはスライド作成から発表練習まで、お忙しい中貴重なお時間を割いて頂きました。バックグラウンドが物性物理学ではない松尾先生からのご指摘によって、私が普段当たり前だと勝手に思っていた物性物理の基礎的な概念について、再度検討しより深く理解することができたと確信しております。一方で、素粒子物理や一般相対論などの体系化された知識をご教授頂き、物性ばかりを見ていた私の視野が広がったと確信しております。また、論文執筆に煮詰まった私を夕食やカラオケに連れ出してくださり、その結果ストレス発散ができました。深く感謝申し上げます。

実験部門の針井一哉特定課題推進員には、補償温度近くでのスピンゼーベック効果や反強磁性体でのスピンゼーベック効果について、実験の立場から貴重なご意見を賜りました。それに加えて、夜遅くまで、スピントロニクス及びスピンの物理現象に関わる様々な内容について興味深い議論をしていただきました。また、国内会議や国際会議の発表練習にお時間を割いて頂きました。深く感謝申し上げます。

理論部門の森道康グループリーダーには、本論文の執筆に関して、貴重なご意見を賜りました。特に、補償温度近傍でのスピンゼーベック効果の温度依存性や、温度勾配によるマグノンの不安定性に関して、Green 関数を実際に計算しているからこそその鋭いご意見を頂きました。他にも国内会議や国際会議の発表練習にお時間を割いて頂いたり、スピントロニクスや磁性、超伝導など固体物理全般にわたり興味深い議論をしていただきました。深く感謝申し上げます。

佐藤正寛特定課題推進員には、反強磁性スピンゼーベック効果に関して、量子スピン系の観点から貴重なご意見を頂きました。本論文を執筆している2016年に反強磁性スピンゼーベック効果の実験が何件か報告されているのを見て、佐藤さんの先見の明に感服致します。1年という大変短い時間でしたが、反強磁性スピンゼーベック効果を始めとする私の理論に関する貴重なご意見を頂きました。一方で、研究生生活に関する様々なお話もさせて頂きました。深く感謝申し上げます。

家田淳一副主任研究員には、国内会議や国際会議のスライド作成の際に、スライドの構成や内容について暖かなご指導を賜りました。また、スピントロニクスに関する興味深い議論をしていただきました。深く感謝申し上げます。

秘書の渡辺綾子さんには申請書の作成や消耗品の補充など日常生活の面で大変お世話になりました。また、研究が煮詰まった時の何気ない雑談で気分転換をすることができました。深く感謝申し上げます。

山根結太さん、杉本貴則さん、大西弘明さん、顧波さん、徐卓さん、関野まりさんらスピネンエネルギー変換材料科学研究グループの理論部門の他の皆様には、研究や日常生活の面で多大なサポートを頂きました。深く感謝申し上げます。

日本原子力研究開発機構先端基礎研究センターの皆様や研究推進室の皆様には、日常生活の面で多大なサポートを頂きました。研究がうまくいかず気持ちが晴れない時に、推進室の皆様の暖かい笑顔に何度も助けられました。心より感謝申し上げます。この研究を行うにあたり、日本原子力研究開発機構に

は特別研究生に採択して頂きました。機構及び機構の皆様には感謝申し上げます。

東北大学金属材料研究所齊藤研究室の皆様には、実験家の観点から貴重なご意見を頂きました。心より感謝致します。

東北大学金属材料研究所齊藤研究室の梶原瑛祐さんには、スピンプンピングに関して実験家からの貴重なご意見を頂きました。また、研究に関する議論だけでなく、特別研究員の申請書に使用する図の作り方など、普段の生活に関する相談にも快く応じて下さいました。深く感謝申し上げます。

安藤和也助教(現慶応義塾大学)、新関智彦助教、井口亮助教、塩見雄毅助教、追川康之助教、橋本佑介助教、Dazhi Hou 研究員、横井直人研究員、R. Ramos 研究員、吉野達郎さん、藤川安仁准教授、安東秀助教、中山裕康さん、菊池大介さん、S. M. Haidar さん、Huang Tianyu さん、山口和也さん、大谷隆史さん、高村恭平さん、廣部大地さんら齊藤研のスタッフの皆様やメンバーの方々、そして卒業生の皆様にも、研究や生活の面で多大なサポートをいただきました。また、齊藤研究室秘書の佐藤由美子さん、元秘書の波入久美さんにも大変お世話になりました。深く感謝申し上げます。

東北大学金属材料研究所 Bauer 研究室の高橋三郎助教、小山富男助教には、修士課程において、J. R. Schrieffer の超伝導の教科書を用いた輪講を通して、Green 関数法などの場の理論など理論的素養を鍛えて頂きました。他にもスピントロニクスや物性物理の幅広い分野に関して示唆に富んだご意見を賜りました。深く感謝申し上げます。また、修士課程で単位を取得するために、Bauer 研究室のご好意で数ヶ月間居室を貸して頂き、単位の取得や研究に関する有意義な議論を行う事ができました。深く感謝申し上げます。

東北大学理学部・理学研究科の教員の皆様、先輩・後輩の皆様には、分野にとらわれない物理学の様々な知識、物理学を研究する上で重要な考え方そして技術をご教授頂きました。熱力学の授業では生意気な質問を繰り返し大変ご迷惑をお掛けしたかと思います。しかし、熱力学の講義における様々な議論があったからこそ、スピントロニクス分野において熱によるスピンプン生成現象の問題に取り組めたのだと確信しております。皆様に深く感謝申し上げます。

ここで、私が博士課程において研究を行うことができた大きな理由の一つとして、東北大学理学部・理学研究科の同期の皆さんの存在を挙げたいと思います。同じ研究室の高橋遼さんと田代隆治くん、同研究科の高橋研究室所属の田中祐輔くんとは、学部生の頃から、物理学全般のことについて本を読んだり議論したりしました。同期という立場をフル活用し、お互いに忌憚のない意見を述べすぎて、場の空気が陰悪になることも少なくありませんでしたが、それでも今日まで付き合いが続いているのは彼らのお陰だと確信しております。また、物理は一つという認識を共有し、物性物理だけでなく素粒子や宇宙物理などについても議論を行いました。こうした議論を通して自分のテーマを冷静に見つめることが、多少はできたのではないかと自負しております。同研究室の高橋くんとは、彼が行っていた流体運動とスピンプン変換について、理論としての立場から夜遅くまで議論することができました。こうした議論の時間は、学生の少ない原研では貴重な時間でした。また研究の話だけでなく、趣味や将来について語り合えたのもよい経験でした。特に私が仙台を離れている間に、大学の掲示物や進学の情報などを送って頂き、研究生活を円滑に進める事ができました。高橋研究室の田中くんとは、お互い専門外のテーマについて忌憚のない議論を行うことができました。田中くんから ARPES やトポロジカル絶縁体の話を、研究室や近くの喫茶店で聞くのは、仙台に戻った時の密かな楽しみの一つでした。また、研究の話だけでなく、趣味や将来について語り合えたのもよい経験でした。修士課程からスピントロニクスの研究を

始めた田代くんとは、お互いに遠慮のない活発な議論を行えました。彼の、物理現象を見て問題を提起する能力からは学ぶべきことが多くありました。皆様、本当に有り難うございました。これからもどうぞよろしくお願いします。

この研究は MEXT, ERATO-JST, CREST-JST 及び PRESTO-JST の基礎研究基盤による財的支援を受けました。

博士論文審査をお引き受けいただいた、越野幹人准教授、齊藤英治教授、平山祥郎教授、前川禎通センター長、野村健太郎准教授に感謝申し上げます。

最後に、私を理解し支えてくれた両親、友人をはじめとする全ての方々に、心より感謝申し上げます。

参考文献

- [1] *Concepts in Spin Electronics*, edited by S. Maekawa, (Oxford, University Press, Oxford, 2006).
- [2] *Spin Current*, edited by S. Maekawa, S. O. Valenzuela, E. Saitoh, and T. Kimura, (Oxford University Press, Oxford, 2011).
- [3] H. C. Torrey, Phys. Rev. **104**, 563 (1956).
- [4] D. C. Langreth and J. W. Wilkins, Phys. Rev. B **6**, 3189 (1972).
- [5] P. Fulde and A. Luther, Phys. Rev. **175**, 337 (1968).
- [6] A. J. Leggett, J. Phys. C: Solid State Phys., **3**, 448 (1970).
- [7] M. Johnson and R. H. Silsbee, Phys. Rev. Lett. **55**, 1790 (1985).
- [8] F. J. Jedema, A. T. Filip and B. J. van Wees, Nature (London) **410**, 345 (2001).
- [9] Y. K. Kato, R. C. Myers, A. C. Gossard, and D. D. Awschalom, Science, **306**, 1910 (2004).
- [10] S. Chikazumi, *Physics of Ferromagnetism* (Oxford Science Publications, New York, 1997), 2nd ed.
- [11] Y. Kajiwara, K. Harii, S. Takahashi, J. Ohe, K. Uchida, M. Mizuguchi, H. Umezawa, H. Kawai, K. Ando, K. Takanashi, S. Maekawa, and E. Saitoh, Nature **464**, 262 (2010).
- [12] E. Saitoh, M. Ueda, H. Miyajima, and G. Tatara, Appl. Phys. Lett. **88**, 182509 (2006).
- [13] K. Uchida, S. Takahashi, K. Harii, J. Ieda, W. Koshibae, K. Ando, S. Maekawa, and E. Saitoh, Nature (London) **455**, 778 (2008).
- [14] M. I. Dyakonov and V. I. Perel, JETP Lett., **13**, 467 (1971).
- [15] M. I. Dyakonov and V. I. Perel, Phys. Lett. A, **35**, 459 (1971).
- [16] J. E. Hirsch, Phys. Rev. Lett., **83**, 1834 (1999).
- [17] S. Zhang, Phys. Rev. Lett., **85**, 393 (2001).
- [18] S. Takahashi and S. Maekawa, Phys. Rev. B, **67**, 052409 (2003).
- [19] S. Murakami, N. Nagaosa and S. C. Zhang, Science, **301**, 1348 (2003).
- [20] J. Sinova, D. Culcer, Q. Niu, N. A. Sinitsyn, T. Jungwirth, and A. H. MacDonald, Phys. Rev. Lett., **92**, 16603 (2004).
- [21] P. A. M. Dirac, *The Principles of Quantum Mechanics*, 4th ed. (The Clarendon Press, Oxford, 1957).
- [22] J. Wunderlich, B. Kaestner, J. Sinova, and T. Jungwirth, Phys. Rev. Lett., **94**, 047204 (2005).
- [23] S. O. Valenzuela and M. Tinkham, Nature, **442**, 176 (2006).
- [24] Y. Tserkovnyak, A. Brataas, and G. E. W. Bauer, Phys. Rev. Lett. **88**, 117601 (2002).
- [25] S. Mizukami, Y. Ando, and T. Miyazaki, Jpn. J. Appl. Phys. **40**, 580 (2001).
- [26] S. Mizukami, Y. Ando, and T. Miyazaki, Phys. Rev. B, **66**, 104413 (2002).

- [27] B. Heinrich, Y. Tserkovnyak, G. Woltersdorf, A. Brataas, R. Urban, and G. E. W. Bauer, Phys. Rev. Lett., **90**, 187601 (2003).
- [28] Y. Tserkovnyak, A. Brataas, G. E. W. Bauer, and B. I. Halperin, Rev. Mod. Phys. **77**, 1375 (2005).
- [29] K. Ando, Y. Kajiwara, S. Takahashi, S. Maekawa, K. Takemoto, M. Takatsu, and E. Saitoh, Phys. Rev. B **78**, 014413 (2008).
- [30] K. Uchida, H. Adachi, T. Ota, H. Nakayama, S. Maekawa, and E. Saitoh, Appl. Phys. Lett. **97**, 172505 (2010).
- [31] C. M. Jaworski, J. Yang, S. Mack, D. D. Awschalom, J. P. Heremans, and R. C. Myers, Nature Mater. **9**, 898 (2010).
- [32] C. M. Jaworski, J. Yang, S. Mack, D. D. Awschalom, R. C. Myers, and J. P. Heremans, Phys. Rev. Lett. **106**, 186601 (2011).
- [33] S. Bosu, Y. Sakuraba, K. Uchida, K. Saito, T. Ota, E. Saitoh, and K. Takanashi, Phys. Rev. B **83**, 224401 (2011).
- [34] K. Uchida, J. Xiao, H. Adachi, J. Ohe, S. Takahashi, J. Ieda, T. Ota, Y. Kajiwara, H. Umezawa, H. Kawai, G. E. W. Bauer, S. Maekawa, and E. Saitoh, Nature Mater. **9**, 894 (2010).
- [35] K. Uchida, T. Ota, H. Adachi, J. Xiao, T. Nonaka, Y. Kajiwara, G. E. W. Bauer, S. Maekawa, and E. Saitoh, J. Appl. Phys. **111**, 103903 (2012).
- [36] A. Kirihaara, K. Uchida, Y. Kajiwara, M. Ishida, Y. Nakamura, T. Manako, E. Saitoh, and S. Yoroza, Nature Mater. **11**, 686 (2012).
- [37] Spin Caloritronics, edited by G. E. W. Bauer, A. H. MacDonald, and S. Maekawa, special issue of Solid State Commun., **150**, 459 (2010).
- [38] J. Xiao, G. E. W. Bauer, K. Uchida, E. Saitoh, and S. Maekawa Phys. Rev. B **81**, 214418 (2010).
- [39] H. Adachi, K. Uchida, E. Saitoh, J. Ohe, S. Takahashi, and S. Maekawa Appl. Phys. Lett. **97**, 252506 (2010).
- [40] H. Adachi, J. Ohe, S. Takahashi, and S. Maekawa Phys. Rev. B **83**, 094410 (2011).
- [41] J. Ohe, H. Adachi, S. Takahashi, and S. Maekawa Phys. Rev. B **83**, 115118 (2011).
- [42] S. Geprägs, A. Kehlberger, F. D. Coletta, Z. Qiu, E. J. Guo, T. Schulz, C. Mix, S. Meyer, A. Kamra, M. Althammer, H. Huebl, G. Jakob, Y. Ohnuma, H. Adachi, J. Barker, S. Maekawa, G. E. W. Bauer, E. Saitoh, R. Gross, S. T. B. Goennenwein, and M. Kläui, “Origin of the spin Seebeck effect in compensated ferrimagnets”, Nature Communications, **7**:10452 doi:10.1038/ncomms10452 (2016).
- [43] L. Lu, Y. Sun, M. Jantz, and M. Wu, Phys. Rev. Lett. **108**, 257202 (2012).
- [44] P. W. Brouwer, Phys. Rev. B **58**, R10135 (1998).
- [45] G. D. Mahan, *Many-Particle Physics 3rd ed.*, (Springer 2010).
- [46] J. Rammer and H. Smith, Rev. Mod. Phys. **58**, 323 (1986).
- [47] A. Kamenev, *Field Theory of Non-Equilibrium Systems*, (Cambridge 2011).
- [48] H. Haug and S. W. Koch, *Quantum Theory of the Optical and Electronic Properties of Semi-*

conductors, 5th ed., (World Scientific Publishing 2009).

- [49] A. M. Zagorin, *Quantum Theory of Many-Body Systems*, (Springer-Verlag, 1998).
- [50] K. Ando, S. Takahashi, J. Ieda, H. Kurebayashi, T. Trypiniotis, C. H. Barnes, S. Maekawa, and E. Saitoh, *Nature Mater.* **10**, 655 (2011).
- [51] T. Moriya, *Spin Fluctuations in Itinerant Electron Magnetism* (Springer, Berlin, 1985).
- [52] Y. Ohnuma, H. Adachi, E. Saitoh, and S. Maekawa, *Phys. Rev. B* **89**, 174417 (2014).
- [53] A. Kawabata, *J. Phys. F: Metal Phys.* **4**, 1477 (1974).
- [54] S. Takahashi and S. Maekawa, *J. Phys. Soc. Jpn.* **77**, 031009 (2008).
- [55] A. Brataas, Y. Tserkovnyak, G. E. W. Bauer, and B. I. Halperin, *Phys. Rev. B* **66**, 060404 (2002).
- [56] C. Kittel, *Quantum Theory of Solids* (John Wiley & Sons, 1963).
- [57] E. Pytte, *Ann. Phys.* **32**, 377 (1965).
- [58] D. Kontos and M. G. Cottam, *J. Phys. C.* **19**, 1189 (1986).
- [59] D. Kontos and M. G. Cottam, *J. Phys. C.* **19**, 1203 (1986).
- [60] A. A. Abrikosov, L. P. Gorkov and I. E. Dzyaloshinski, *Methods of Quantum Field Theory in Statistical Physics* (Dover, New York, 1975).
- [61] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics 6th ed.* (John Wiley & Sons, 1986).
- [62] P. C. Hohenberg and H. I Halperin, *Rev. Mod. Phys.* **49**, 435 (1977).
- [63] G. G. Lonzarich and L. Taillefer, *J. Phys. C: Solid State Phys.* **18**, 4339 (1985).
- [64] G. G. Lonzarich, N. R. Bernhoeft, and D. McK. Paul, *Physica B* **156+157**, 699 (1989).
- [65] D. H. Wei, Y. Niimi, B. Gu, T. Ziman, S. Maekawa, and Y. Otani, *Nat. Commun.* **3**, 1058 (2012).
- [66] N. Goldenfeld, *Lectures on phase transitions and the renormalization group (Frontiers in Physics)* Westview Press (1992).
- [67] B. Gu, T. Ziman, and S. Maekawa, *Phys. Rev. B* **86**, 241303 (2012).
- [68] Y. Ohnuma, H. Adachi, E. Saitoh, and S. Maekawa, *Phys. Rev. B* **87**, 014423 (2013).
- [69] L. Néel, P. Pauthenet, and B. Dreyfus, *Prog. Low. Temp. Phys.* **4**, 344 (1964).
- [70] R. Pauthenet, *J. Appl. Phys.* **29**, 253 (1958).
- [71] S. Geller, J. P. Remeika, R. C. Sherwood, H. J. Williams, and G. P. Espinosa, *Phys. Rev.* **137**, A1034 (1965).
- [72] R. C. LeCraw, J. P. Remeika, and H. Matthews, *J. Appl. Phys.* **36**, 901 (1965).
- [73] B. G. Park, J. Wunderlich, X. Martí, V. Holý, Y. Kurosaki, M. Yamada, H. Yamamoto, A. Nishide, J. Hayakawa, H. Takahashi, A. B. Shick, and T. Jungwirth, *Nature Materials* **10**, 347 (2011).
- [74] A. B. Shick, S. Khmelevskyi, O. N. Mryasov, J. Wunderlich, and T. Jungwirth, *Phys. Rev. B* **81**, 212409 (2010).
- [75] K. M. D. Hals, Y. Tserkovnyak, and A. Brataas, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 107206 (2011).
- [76] A. C. Swaving and R. A. Duine, *Phys. Rev. B* **83**, 054428 (2011).
- [77] C. D. Stanciu, A. Tsukamoto, A. V. Kimel, F. Hansteen, A. Kirilyuk, A. Itoh, and Th. Rasing, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 217204 (2007).

- [78] I. Radu, K. Vahaplar, C. Stamm, T. Kachel, N. Pontius, H. A. Dürr, T. A. Ostler, J. Barker, R. F. L. Evans, R. W. Chantrell, A. Tsukamoto, A. Itoh, A. Kirilyuk, Th. Rasing, and A. V. Kimel, *Nature* **472**, 205 (2011).
- [79] W. P. Wolf, *Rep. Prog. Phys.* **24**, 212 (1961).
- [80] M. T. Hutchings and E. J. Samuelsen, *Phys. Rev. B* **6**, 3447 (1972).
- [81] S. Seki, T. Ideue, M. Kubota, Y. Kozuka, R. Takagi, M. Nakamura, Y. Kaneko, M. Kawasaki, and Y. Tokura *Phys. Rev. Lett.* **115**, 266601 (2015).
- [82] S. M. Wu, W. Zhang, Amit KC, P. Borisov, J. E. Pearson, J. S. Jiang, D. Lederman, A. Hoffmann, and A. Bhattacharya, *arXiv:1509.00439* (2015).
- [83] R. K. Wangsness, *Phys. Rev.* **91**, 1085 (1953).
- [84] C. D. Stanciu, A. V. Kimel, F. Hansteen, A. Tsukamoto, A. Itoh, A. Kirilyuk, and Th. Rasing, *Phys. Rev. B* **73**, 220402(R) (2006).
- [85] A. Kirilyuk, A. V. Kimel, and Th. Rasing, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 2731 (2010).
- [86] S. Geschwind and L. R. Walker, *J. Appl. Phys.* **30**, S163 (1959).
- [87] R. C. Taylor and A. Gangulee, *J. Appl. Phys.* **48**, 358 (1977).
- [88] P. Hansen, C. Clausen, G. Much, M. Rosenkranz, and K. Witter, *J. Appl. Phys.* **66**, 756 (1989).
- [89] R. F. Pearson, *J. Appl. Phys.* **33**, 1236 (1962).
- [90] Y. Ohnuma, H. Adachi, E. Saitoh, and S. Maekawa, *Phys. Rev. B* **92**, 224404 (2015).
- [91] T. M. Tritt, *Thermal Conductivity: Theory, Properties, and Applications (Physics of Solids and Liquids)* (Kluwer Academic, 2003).
- [92] S. R. Boona and J. P. Heremans, *Phys. Rev. B* **90**, 064421 (2014).
- [93] H. Adachi and S. Maekawa, *J. Korean Phys. Soc.* **62**, 1753 (2013).
- [94] K. S. Tikhonov, J. Sinova, and A. M. Finkel'stein, *Nat. Commun.* **4**, 1945 (2013).
- [95] K. Maki, *Phy. Rev. Lett.* **15**, 921 (1965).
- [96] Jungfleisch, M. B. *et al.* M. B. Jungfleisch, T. An, K. Ando, Y. Kajiwara, K. Uchida, V. I. Vasyuchka, A. V. Chumak, A. A. Serga, E. Saitoh, and B. Hillebrands, *Appl. Phys. Lett.* **102**, 062417 (2013).
- [97] Y. Kajiwara, K. Uchida, D. Kikuchi, T. An, Y. Fujikawa, and E. Saitoh, *Appl. Phys. Lett.* **103**, 052404 (2013).
- [98] R. O. Cunha, E. Padrón-Hernández, A. Azevedo, and S. M. Rezende, *Phys. Rev. B* **87**, 184401 (2013).
- [99] M. A. Gilleo and S. Geller, *Phys. Rev.* **110**, 73 (1958).
- [100] C. J. Kriessman and H. B. Callen, *Phys. Rev.* **94**, 837 (1954).
- [101] G. A. Slack and D. W. Oliver, *Phys. Rev. B* **4**, 592 (1971).
- [102] J. A. Hertz and M. A. Klenin, *Phys. Rev. B* **10**, 1084 (1974).
- [103] S. Doniach and E. H. Sondheimer, *Green's functions for solid state physicists* (Benjamin, New York, 1974).
- [104] S. I. Kiselev, J. C. Sankey, I. N. Krivorotov, N. C. Emley, R. J. Schoelkopf, R. A. Buhrman, and D. C. Ralph, *Nature* **425**, 380 (2003).

- [105] W. H. Rippard, M. R. Pufall, S. Kaka, S. E. Russek, and T. J. Silva, Phys. Rev. Lett. **92**, 027201 (2004).
- [106] C. W. Sandweg, Y. Kajiwara, K. Ando, E. Saitoh, and B. Hillebrands, Appl. Phys. Lett. **97**, 252504 (2010).

業績リスト

公刊論文

1. Y. Ohnuma, H. Adachi, E. Saitoh, and S. Maekawa, “Spin Seebeck effect in antiferromagnets and compensated ferrimagnets”, *Physical Review B* **87**, 014423 (2013).
2. Y. Ohnuma, H. Adachi, E. Saitoh, and S. Maekawa, “Enhanced dc spin pumping into a fluctuating ferromagnet near T_C ”, *Physical Review B* **89**, 174417 (2014).
3. Y. Ohnuma, H. Adachi, E. Saitoh, and S. Maekawa, “Magnon instability driven by heat current in magnetic bilayers”, *Physical Review B* **92**, 224404 (2015).
4. S. Geprags, A. Kehlberger, F. D. Coletta, Z. Qiu, E. J. Guo, T. Schulz, C. Mix, S. Meyer, A. Kamra, M. Althammer, H. Huebl, G. Jakob, Y. Ohnuma, H. Adachi, J. Barker, S. Maekawa, G. E. W. Bauer, E. Saitoh, R. Gross, S. T. B. Goennenwein, and M. Klaui, “Origin of the spin Seebeck effect in compensated ferrimagnets”, *Nature Communications*, **7**:10452 doi:10.1038/ncomms10452 (2016).

国際会議

口頭発表

1. Y. Ohnuma, H. Adachi, E. Saitoh and S. Maekawa, “Spin Seebeck effect close to the magnetization compensation point,” INA-ASRC-IMR Workshop, Zaragoza University (Zaragoza in Spain), November 2012.
2. Y. Ohnuma, H. Adachi, E. Saitoh and S. Maekawa, “Spin Seebeck effect close to the magnetization compensation point,” APS March meeting (San Antonio in USA), March 2015.
3. Y. Ohnuma, H. Adachi, E. Saitoh and S. Maekawa, “Two sign changes of spin Seebeck effect in compensated ferrimagnets,” Workshop on ThermoSpin Effects (Zaragoza, Spain), July 2015.

ポスター発表

1. Y. Ohnuma, H. Adachi, E. Saitoh and S. Maekawa, “Spin Seebeck effect in a ferrimagnet with magnetization compensation,” Spin Caloritronics IV (Sendai, Japan), June 2012.
2. Y. Ohnuma, H. Adachi, E. Saitoh and S. Maekawa, “Spin Seebeck effect in antiferromagnets

- and compensated ferrimagnets,” Spin Caloritronics V (Ohio, USA), May 2013.
3. Y.Ohnuma, H. Adachi, E. Saitoh and S. Maekawa, ”Enhanced spin pumping into a fluctuating ferromagnetic metal near T_c ,” Gordon Godfrey Workshop on Spins and Strong Electron Correlations (Sydney, Australia), November 2013.
 4. Y.Ohnuma, H. Adachi, E. Saitoh and S. Maekawa, ”Spin Seebeck effect in antiferromagnets and compensated ferrimagnets,” Spin Mechanics 2 (Sendai, Japan), June 2014.
 5. Y.Ohnuma, H. Adachi, E. Saitoh and S. Maekawa, ”Enhanced dc spin pumping into a fluctuating ferromagnet near T_c ,” Spin Caloritronics VI (Irsee, Germany), July 2014.
 6. Y.Ohnuma, H. Adachi, E. Saitoh and S. Maekawa, ”Two sign changes of spin Seebeck effect in compensated ferrimagnets,” 20th International Conference on Magnetism (Barcelona, Spain), July 2015.

国内会議

口頭発表

1. 大沼悠一, 安立裕人, 齊藤英治, 前川禎通, “フェリ磁性の補償効果を考慮したスピnzeーベック効果の理論研究,” 日本物理学会第 67 回年次大会 (関西学院大学), 2012 年 3 月.
2. 大沼悠一, 安立裕人, 齊藤英治, 前川禎通, “フェリ磁性スピnzeーベック効果の理論研究,” 日本物理学会 2012 年秋季大会 (横浜国立大学), 2012 年 9 月.
3. 大沼悠一, 安立裕人, 齊藤英治, 前川禎通, “帯磁率とスピnpンプの関係の理論的解明,” 日本物理学会 2013 年秋季大会 (徳島大学), 2013 年 9 月.
4. 大沼悠一, 安立裕人, 齊藤英治, 前川禎通, “スピnzeーベック効果による強磁性共鳴の緩和変調の理論的研究 II,” 日本物理学会第 69 回年次大会 (東海大学), 2014 年 3 月.
5. 大沼悠一, 安立裕人, 齊藤英治, 前川禎通, “スピnpンピングの熱流による操作の理論,” 日本物理学会第 70 回年次大会 (早稲田大学), 2015 年 3 月.
6. 大沼悠一, 安立裕人, 齊藤英治, 前川禎通, “フェリ磁性体におけるスピnzeーベック効果と符号反転,” 日本物理学会 2015 年秋季大会 (関西大学), 2015 年 9 月.

ポスター発表

1. 大沼悠一, 安立裕人, 齊藤英治, 前川禎通, “スピnzeーベック効果による強磁性共鳴の緩和変調の理論的研究,” 日本物理学会第 68 回年次大会 (広島大学), 2013 年 3 月.
2. 大沼悠一, 安立裕人, 齊藤英治, 前川禎通, “三層構造におけるスピnpンピングの理論研究,” 日本物理学会 2014 年秋季大会 (中部大学), 2014 年 9 月.
3. 大沼悠一, 安立裕人, 齊藤英治, 前川禎通, “Sign change of the spin Seebeck effect in ferrimagnets,” 平成 27 年度「ナノスピn変換科学」年次報告会 (東北大学), 2016 年 1 月.

受賞歴・奨学金

1. 東北大学青葉理学振興会奨励賞, 2010 年 3 月.
2. 国立研究開発法人日本原子力研究開発機構 平成 23 年度特別研究生.
3. 国立研究開発法人日本原子力研究開発機構 平成 24 年度特別研究生.
4. 国立研究開発法人日本原子力研究開発機構 平成 25 年度特別研究生.
5. 日本学術振興会平成 26 年度特別研究員 (DC2) 2014 年 4 月～2016 年 3 月.
6. 日本物理学会領域 3 (磁性) 第 1 回 学生奨励賞 “マグノンによるスピン流生成の線形応答理論,”
2015 年 11 月.